# **I.** ПРЕДИСЛОВИЕ

Третья часть конспекта лекций по физике, так же как и две предыдущие, предназначена для инженерно-технических специальностей ВУЗов, учебные планы которых предусматривают изучение общей физики в течение трёх семестров. Подбор материала соответствует Государственному образовательному стандарту (ГОС), а характер изложения рассматриваемых вопросов учитывает уровень подготовки абитуриентов, поступающих на инженерные специальности в нашем регионе.

В третью часть курса традиционно включены волновые и корпускулярные свойства света, боровская модель атома, элементы квантовой механики и ядерной физики.

В волновой оптике все явления: интерференция и дифракция, понятие когерентности рассмотрены под углом зрения их роли в понимании уникальных свойств лазерного луча. Значительная часть приведённого материала непосредственно или косвенно связана с созданием оптических квантовых генераторов. Уделено внимание исследованию явлений в технике измерений, что представляет несомненный интерес для инженеров-механиков. Указанный подход к изложению материала заимствован из пятого издания общего курса оптики Г.С. Ландсберга [1]. Оттуда же взято большинство рисунков, иллюстрирующих изложение вопросов этого раздела. Опущено обсуждение процессов, приводящих к инверсной заселённости уровней в лазерах, поскольку эти процессы индивидуальны для каждого вещества, касаются лишь одной из проблем техники получения луча, оставляя в стороне саму природу его свойств. Помимо этого, получение инверсной заселённости уровней описано практически в каждом учебнике, имеющемся в распоряжении студентов.

В этом же разделе кратко рассмотрены законы теплового излучения. Характер и стиль изложения направлены на формирование у читателя ясного понимания краха волновых представлений на примере классического вывода функции Кирхгофа для излучения абсолютно чёрного тела. Вывод заимствован в [5]. Некоторые иллюстрации заимствованы в [3] и [5], где приведены опытные завис имости спектральной плотности излучения от длины волны.

<u>Боровская модель атома</u> изложена в стиле выдержавшего несколько изданий университетского учебника С.Э. Фриша и А.В. Тиморевой [4] и нашедшего продолжение в книге М.Р. Уэрта и Д.А. Ричардса [5]. Там же взяты и иллюстрации. Вопрос о четвёрке квантовых чисел изложен в полуклассической трактовке, так как это сделано в указанных учебниках.

В этот же раздел включены магнитные свойства атома и вещества. Традиционно эти вопросы в нашей учебной литературе излагаются во второй части курса общей физики, в разделе, посвящённом магнетизму. Но строгий вывод магнитного момента атома возможен лишь на базе боровской модели. Поэтому весь раздел был перенесён в третью часть. При описании свойств отдельных классов магнетиков были использованы журналы "Успехи физических наук", где приведены свежие данные, ещё не вошедшие в учебную литературу. Наибольшие трудности встретились авторам при написании третьего раздела: <u>"Элементы квантовой механики"</u>. Без него невозможно составить представление о современной физике и её достижениях. Вместе с тем использование большого и специального математического аппарата в этом разделе физики затрудняет понимание физических основ. Ибо, как писал А. Эйнштейн в предисловии к одной из таких книг: "Когда в теорию относительности вошли математики, я сам перестал её понимать" [8]. Поэтому, понятие волновой функции введено по М. Борну [2]. Эффект Комптона рассчитан лишь для простейшего с математической точки зрения случая, следуя [9]. А расчёт атома водорода сделан так, как это делает Д.И. Блохинцев [6]. Переход с языка операторов на обычный математический, знакомый нашим студентам, выполнен самими авторами. Рисунки взяты в [6]. Принцип и соотношение неопределённостей авторы излагают, следуя М. Борну [2] и С.Э. Фришу [4].

Обоснование необходимости введения зон и принцип расчёта их заполнения заимствован в [7].

Многолетний опыт чтения лекций по этому разделу показал, что в подобном изложении этот раздел признан студентами наиболее интересным из всех остальных разделов физики, что, по-видимому, свидетельствует в пользу выбранного авторами пути.

Раздел <u>"Элементы ядерной физики"</u> авторы попытались также максимально освободить от специфических терминов и некоторых фактов, второстепенных для понимания основных проблем. При изложении раздела были использованы прекрасные иллюстрации [5]. Специфика этого до сих пор активно развивающе-гося раздела потребовала использования периодической литературы. Авторы сочли возможным пользоваться лишь академическим журналом "Успехи физических наук" — УФН. Использованные журналы приведены в списке литературы.

В заключение авторы выражают свою глубокую признательность Л.В. Биглер и Е.В. Соколовой, взявших на себя значительный труд по набору и оформлению рукописи.

# І. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

### 1.1. Свет как электромагнитная волна

Ещё со времён Аристотеля и Эвклида известны основные оптические явления: прямолинейное распространение света, законы отражения и преломления. Начальные попытки их объяснения принадлежат Ньютону и его современнику Гюйгенсу. Первый придерживался истечения световых частиц, летящих прямолинейно, второй же считал свет волнами эфира. Борьба этих противоположенных и исключающих друг друга точек зрения и развитие каждой из них шли на протяжении нескольких веков вплоть до середины двадцатого столетия, когда современная квантовая механика объединила их.

Одним из отправных положений современного представления о свете является взгляд на свет как на электромагнитную волну. Спектр электромагнитных волн приведён в [15, раздел 4.4]. Оптика рассматривает волны длиной от 10<sup>-4</sup> м до 10<sup>-9</sup> м. Их, в свою очередь, делят на видимый свет (3,8...7,6) 10<sup>-7</sup> м, инфракрасный  $(10^{-4} - 10^{-6} \text{ м})$ , и ультрафиолетовый  $(10^{-7} - 10^{-9} \text{ м})$ .

Напомним, что электромагнитная волна — это совокупность переменных во времени электрического и магнитного полей, которые распространяются в среде со скоростью υ, перпендикулярной векторам напряжённостей этих полей (рис 1.1). По сути, в направлении  $\vec{\upsilon}$ идут две волны — электрическая и магнитная, которые связаны друг с другом и изменение одной приводит к появлению другой. Каждая из них может быть описана уравнением (см. в [2] выражения (4.15) и (4.16)), задающим закон из-Рис. 1.1 менения соответствующей напряжённости от

времени и координаты. Приведём эти уравнения ещё раз:

$$E = E_m \sin\left[\omega \left(t - \frac{l}{\upsilon}\right) + \varphi_0\right]; \qquad H = H_m \sin\left[\omega \left(t - \frac{l}{\upsilon}\right) + \varphi_0\right], \tag{1.1}$$

где через *l* обозначена координата, вдоль которой распространяется волна. Под знак любой периодической функции (не обязательно синуса!) введены два па-

раметра: *циклическая частота*  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , и *начальная фаза*  $\varphi_0$ . Заменив  $\omega$  и внеся

период Т в скобки, получим

$$E = E_m \sin\left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\upsilon T}\right) + \varphi_0\right].$$
(1.2)

Уравнение для H принято опускать, так как оно эквивалентно уравнению для E. Если ввести показатель преломления

$$n = \frac{c}{v} \,. \tag{1.3}$$

и длину волны в вакууме

$$\vec{E}$$

$$\lambda = cT, \tag{1.4}$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость света в вакууме, то уравнение (1.2) можно записать в более удобном для использования виде:

$$E = E_m \sin\left[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{nl}{\lambda}) + \varphi_0\right].$$
(1.5)

В уравнение вошла характеристика оптических свойств среды — показатель преломления *n*. Произведение его на пройденный лучом путь (*nl*) называют оптическим ходом луча. Длина волны в уравнении постоянна — это длина волны в пустоте. Частота света определяется его источником и при переходе из среды в среду не меняется. Свойства среды в (1.5) учитываются лишь по показателю преломления, который можно найти в справочнике.

Источником световой волны (так же, как и любой электромагнитной) может являться ускоренно движущийся электрический заряд, входящий в состав вещества, т.е. электрон или ион. Колебания ионов, составляющих вещество, вызывают излучение низкой частоты (инфракрасное) из-за значительной массы колеблющихся зарядов. Излучение, возникающее в результате движения электронов, может иметь более высокую частоту (видимое и ультрафиолетовое излучение). В любом случае процессы, приводящие к излучению света, идут внутри атома. Поэтому элементарным точечным источником света следует считать атом.

Свет, наблюдаемый нами, представляет совокупность волн, излучаемых многими атомами. Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  для каждой волны свои. Поэтому в естественном луче в плоскости ЕН, перпендикулярной скорости света (рис 1.1), лежит множество пар векторов. Длина каждого из них и ориентация в пространстве не постоянны во времени. Величина напряжённости, согласно (1.5), меняется с течением времени от  $+E_m$  до нуля и далее до  $-E_m$ . Кроме того, световую волну нельзя представить синусоидами, на которых по одной оси отложена периодически меняющаяся величина *E* (либо *H*), а по второй время *t*. Такое представление справедливо лишь для случая волны, которая, раз начавшись, длится сколько угодно долго. Такая волна характеризуется постоянной начальной фазой. Излучение одного атома длится очень короткое время: атом не может долго хранить полученную им энергию. Он сбрасывает её в среднем через 10<sup>-8</sup> с. Чтобы вновь начать излучать, он снова (например, путем столкновения с соседями) должен получить избыточную энергию. Новый акт излучения начинается уже с другой начальной фазой. Следовательно, начальная фаза световых волн не может сохраняться постоянной. Она меняется с частотой около 10<sup>-8</sup> Гц. В результате прерывистого характера излучения синусоида обрывается. Таким образом, световую волну можно представить себе в виде множества отдельных цугов волн (рис. 1.2) с амплитудой  $E_m$  и длиной около 3 м.

Теперь мы имеем некоторое представление обо всех величинах, стоящих под знаком периодической функции в уравнении (1.5).

Амплитудные (максимальные) значения полей  $E_m$  и  $H_m$  не должны в световой волне иметь заметные, ощутимые значения, поскольку непосредственно мы влияние этих полей не наблюдаем. Но они не так малы, как это может показаться на первый взгляд: напряжённость электрического поля  $E_m$  достигает 10 В/см в полдень на экваторе. Такую напряжённость вы по-



лучите, если к двум пластинам, разведённым на расстояние один сантиметр, приложите напряжение десять вольт. Амплитудное же значение напряжённости магнитного поля составляет пятую часть от напряжённости горизонтальной составляющей магнитного поля Земли. Если вспомнить, что поле Земли поворачивает достаточно большую магнитную стрелку, то можно понять, что свет приносит с собой и весьма существенное магнитное поле. Мы не замечаем эти поля не по причине их малости, а потому, что они быстропеременные, и действие их на макро– и даже микропредметы не может проявиться. Поля, принесённые светом, могут привести в колебательное движение (с частотой, с которой меняются они сами) лишь отдельные молекулы, а ультрафиолетовые лучи несут поля настолько быстро меняющиеся, что за ними успевают следовать лишь электроны.

Для характеристики световой волны очень существенно понятие *интенсив*ности. Последней называют среднюю энергию, переносимую волной через квадратный метр поверхности за одну секунду. У световой волны, как и всякой другой электромагнитной волны, плотность энергии w (энергия единицы объема) определяется квадратами амплитуд напряжённостей электрического и магнитного полей:

$$w_{\rm g} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E_m^2}{2}; \qquad w_{\rm M} = \frac{\mu \mu_0 H_m^2}{2}.$$
 (1.6)

Очевидно, что и интенсивность света будет определяться этими же величинами.

Как и всякая волна, световая волна может быть *сферической*, если она испускается точечным источником. Фронтом такой волны является сфера. Напомним, что фронтом волны называют *совокупность точек, до которых в данный момент дошло колебание*. Если фронт волны представляет собой плоскость, волна называется *плоской*. Очевидно, в этом случае радиус сферы бесконечно велик, т.е. источник света удалён бесконечно далеко. Реальные волны можно считать сферическими или плоскими только приближённо. Для изображения направления распространения света используют *лучи*, которые всегда перпендикулярны фронту волны.

Световые волны — *поперечные*, потому что колебания происходят поперёк (перпендикулярно) линии их распространения. Поперечность световых волн проявляется в характерном для света явлении *поляризации*. В поперечной волне колебания могут оказаться не симметричными по отношению к оси, и действие

этих колебаний (полей *E* и *H*) может меняться, если воспринимающий их прибор поворачивать вокруг направления распространения.

По сравнению с радиоволнами световая волна обладает особенностями, которые обусловлены прерывистым характером излучения света. Эти особенности затрудняют, как будет показано ниже, наблюдение таких явлений, как *интерференция* и *дифракция* света.

### 1.2. Интерференция. Понятие когерентности в оптике

Наложение света от двух и более разных источников мы наблюдаем очень часто. При этом обычно интенсивности просто суммируются, то есть увеличивается средняя освещённость. Явление *интерференции* тоже возникает при наложении света, идущего от разных источников. Но при интерференции наблюдается усиление колебаний в определённых точках пространства и их ослабление в других точках, то есть чередование светлых и тёмных областей. Картина

таких интерференционных полос возникает в месте наложения волн, заменяя равномерное распределение суммарной интенсивности. Интерференция проявляется при наложении любых, в том числе и механических, колебаний. Явление это подробно рассмотрено в [15, раздел 4.6]. Условия, которые следует выполнять, чтобы вместо равномерного распределения интенсивностей появилась





интерференционная картина, носят название условий *когерентности*. Наложение когерентных волн либо колебаний и есть интерференция. Условия когерентности для световых волн несколько отличны от таковых для механических волн. Чтобы выяснить их, рассмотрим явление подробно.

На рис. 1.3. изображены два точечных источника, изолированных друг от друга. Таковыми будут являться два атома, находящиеся друг от друга на расстоянии большем, чем длина волны. Если расстояние меньше указанного, атомы светятся согласованно. В точке *D* лучи, идущие от этих источников, наложились друг на друга. Для большей общности предложим, что они шли в средах с разными показателями преломления. Уравнения этих двух, встретившихся в точке *D* волн, будут выглядеть так:

$$E_{1} = A_{1} \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T_{1}} - \frac{n_{1}l_{1}}{\lambda_{1}} \right) + \varphi_{01} \right];$$

$$E_{2} = A_{2} \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T_{2}} - \frac{n_{2}l_{2}}{\lambda_{2}} \right) + \varphi_{02} \right].$$
(1.7)

Здесь и далее буквой А обозначены амплитуды Е<sub>m</sub> световых волн.

Интенсивность света, которую мы хотим найти, определяется квадратом суммарной амплитуды *A* колебаний, принесённых первым и вторым лучом в точку *D*. Как и раньше [1], для расчёта этой амплитуды воспользуемся векторной диаграммой, изображённой на рис. 1.4.

На ней отложены амплитудные значения  $A_1$  и  $A_2$  напряжённостей обоих полей, каждая под углом, соответствующим фазе заданного уравнением (1.7) колебания. Амплитуда суммарного колебания найдётся по теореме косинусов как сторона, лежащая против тупого угла  $\alpha$  параллелограмма:



Рис. 1.4

$$A^{2} = A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos\Delta\phi.$$
(1.8)

Знак в теореме косинусов изменён в связи с заменой угла  $\alpha$  на  $\Delta \phi = 180^{\circ} - \alpha$ , где  $\Delta \phi$  — разность фаз складываемых колебаний. Разность фаз легко найдётся из (1.7). Вычитая из второй фазы первую и сгруппировав члены по переменным, получим:

$$\Delta \varphi = 2\pi \left( \frac{t}{T_2} - \frac{t}{T_1} \right) + 2\pi \left( \frac{n_1 l_1}{\lambda_1} - \frac{n_2 l_2}{\lambda_2} \right) + \Phi_{02} - \Phi_{01} \right].$$
(1.9)

Очевидно, что этот угол зависит от времени *t*. При монотонном увеличении *t* угол  $\Delta \varphi$ , а значит, и суммарная амплитуда будут меняться периодически. Последнее будет для вас очевидным, если вы внимательно посмотрите на диаграмму и заметите, что картина, изображённая на рисунке, не остаётся постоянной во времени: векторы  $\vec{A}_1$  и  $\vec{A}_2$  вращаются, каждый со скоростью, определенной соответствующим периодом. (1.7). Если периоды разные, скорость вращения векторов тоже разная, и один вектор в процессе вращения то догоняет другой —  $\Delta \varphi$  уменьшается — то, обогнав, удаляется от него —  $\Delta \varphi$  растёт. Этот процесс повторяется периодически. Также периодически меняется и суммарная амплитуда *A*, и, следовательно, интенсивность *I*, пропорциональная квадрату амплитуды. Наблюдатель же фиксирует какую-то среднюю для точки *D* интенсивность света, поскольку она изменяется с частотой, равной разности частот складываемых колебаний.

Если исключить зависимость  $\Delta \varphi$  от времени, то *A* сохранится постоянной, и в результате наложения лучей от двух источников в точке *D* будет наблюдаться постоянная интенсивность. Именно такое наложение света (и любых других колебаний!) называют интерференцией. Лучи, дающие при наложении постоянную, не зависящую от времени, интенсивность в данной точке наблюдения называют когерентными. Так же называют и источники этих лучей. Условия когерентности очевидны из (1.9).

1. Из уравнения исчезнет время, если положить  $T_1 = T_2 = T$ . При этом условии вектора на векторной диаграмме будут вращаться с одинаковой скоростью и угол между ними сохранится постоянным.

2. Для световых волн выполнения первого условия когерентности недостаточно, так как в результате прерывного характера излучения разность начальных фаз изменяется с той же частотой, что и сами начальные фазы, то есть каждые 10<sup>-8</sup> с. Когерентными лучи будут лишь тогда, когда разность начальных фаз будет постоянной, например, *равна нулю*. В этом случае разность фаз когерентных колебаний

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda},\tag{1.10}$$

где через  $\Delta = n_1 l_1 - n_2 l_2$  обозначена оптическая разность хода лучей, а  $\lambda$  есть произведение скорости света в вакууме на период колебаний, одинаковый в силу первого условия когерентности.

Теперь следует установить тот критерий, при выполнении которого будет наблюдаться либо максимум интенсивности, либо минимум её. Этот критерий следует из выражения (1.8): очевидно, что максимум будет иметь место, когда  $\cos \Delta \varphi = 1$ , а минимум — когда  $\cos \Delta \varphi = -1$ . Этим двум случаям соответствует разность фаз

$$\Delta \phi = 0, 2\pi, \dots 2k\pi$$
 (максимумы);  $\Delta \phi = \pi, 3\pi, \dots (2k+1)\pi$  (минимумы). (1.11)

Выше сформулированы условия максимумов и минимумов для разности фаз складываемых колебаний. Используя связь разности фаз и разности хода (1.10), нетрудно получить условия максимумов и минимумов, сформулированные для разности хода лучей. При

$$\Delta = k\lambda \tag{1.12}$$

будут наблюдаться максимумы (светлые полосы). А в тех точках, где

$$\Delta = \mathbf{Q}k + 1\frac{\lambda}{2},\tag{1.13}$$

будут наблюдаться минимумы интенсивности света (тёмные полосы). В обоих равенствах k — целое число, равное 0, 1, 2, 3..., носит название *порядка спектра*. Таким образом, выражение (1.12) — это условие интерференционных максимумов, а (1.13) — условие интерференционных минимумов.

#### 1.3. Классические методы получения когерентных волн в оптике

Условия когерентности в сочетании с беспорядочным, несогласованным, прерывистым характером излучения приводят к тому, что два независимых источника никогда не могут дать картины интерференции, т.е. излучение всегда некогерентно. Френель предложил получать интерференцию, используя излучение одного точечного источника: его излучение следует расчленить на два по-

тока, два луча, как это показано на рис. 1.5 (точка *B*), и после того, как они пройдут разные пути, соединить их вместе (точка *D*). Эти лучи будут иметь всегда равную нулю разность начальных фаз и одинаковые периоды, т.е. разность фаз будет определяться по (1.10).

Согласно схеме Френеля (см. рис. 1.5) оба луча, встречающиеся в точке *D*, всегда

имеют одну и ту же частоту и начальную фазу, поскольку они произошли от одного и того же луча. Прерывный характер излучения не нарушает когерентности



Рис. 1.5

этих лучей: смена начальной фазы при смене одного акта излучения на другой означает одновременную смену фазы обеих интерферирующих волн.

Точечный источник может иметь протяжённость порядка длины волны, так как в указанной области атомы светятся согласованно, т.е. излучение имеет одну и ту же начальную фазу. Для его практического осуществления любой источник света закрывают темным непрозрачным экраном с узким отверстием либо щелью. Поскольку экран расположен на некотором расстоянии от источника, через него могут пройти лучи, вышедшие практически из одной точки светящегося тела, т.к. щель которую называют вхолной «вырежет» на светящемся теле область п



Рис. 1.6

вают входной, «вырежет» на светящемся теле область практически когерентных, согласованно светящихся атомов (рис. 1.6.).

Заметим попутно, что если светящимся телом будет спираль лампочки накаливания, щель должна быть расположена не вдоль неё, а поперёк. Расстояние *l* должно быть много больше ширины щели, иначе в щель будет попадать свет от многих точек светящегося тела, то есть от многих точечных источников.

Выше шла речь о создании точечного источника света для наблюдения интерференции в специально поставленных опытах, в частности, в опыте Юнга, о котором речь пойдет ниже. Интерференцию можно наблюдать и в естественных условиях. Но в любом случае один луч должен быть разделён на два, которые затем наложатся друг на друга. Схема Френеля, показанная на рис. 1.5, *обязательна* для наблюдения интерференции. Исключение составляет свет, идущий от *лазеров*, которые иначе называют когерентными источниками света, но это уже не классический способ создания когерентности (лазеры называют также квантовыми генераторами).

### 1.4. Интерференция в тонких плёнках

Этот случай интерференции можно наблюдать, не ставя специальные опыты: тонкие плёнки образуются на поверхности воды разлитым маслом, бензином, получаются на поверхности металла при окислении. Наконец, хорошо известны мыльные плёнки. Прежде, чем прейти к обсуждению конкретной схемы хода лучей (рис. 1.7), напомним, что свет, падая на любую поверхность раздела двух сред, всегда испытывает отражение и преломление: он частично отражается, частично проходит в другую среду. Случаи полного отражения и полного поглощения (прохождения в другую среду) встречаются крайне редко и, вообще говоря, являются абстракцией.

На рис. 1.7а изображён случай, когда свет падает нормально на поверхность плёнки толщиной b и показателем преломления n. В этом случае он преломления не испытывает, поскольку угол падения равен нулю. Закон преломления требует, чтобы и угол преломления был также равен нулю. Образование когерентных лучей происходит в выделенной на рисунке точке 1: падающий луч делится на два луча, один из которых отражается от поверхности, а второй прохо-

дит в плёнку и отражается от второй её поверхности в точке 2. Отражённые лучи когерентны друг другу, поскольку «родились» из одного луча, и приобретают разность хода, поскольку, прежде чем попасть к наблюдателю, проходят разные пути: второй луч проходит путь на 2b больший, чем первый, в среде с показателем преломления *n*. Значит, оптическая разность хода лучей должна составить 2bn. Но так как первый луч отражается от среды с большим показателем преломления ( $n_2$ 



>  $n_1$ ), а второй — от менее оптически плотной (для луча в т. 2  $n_1 = n, n_2 = 1$ ), то возникает дополнительная разность хода, равная  $\lambda/2$  — половине длины волны. Обоснование появления этой дополнительной разности хода можно найти в учебной литературе [1]. Здесь же только отметим, что при отражении волны от оптически более плотной среды её фаза меняется на противоположную, то есть на 180°. В итоге, для интерференции *в отражённом свете* разность хода будет равна

$$\Delta = 2bn + \frac{\lambda}{2}. \tag{1.14}$$

Если она кратна длине волны (см. формулу (1.12)), (или, что то же самое, равна чётному числу полуволн):

$$2bn + \frac{\lambda}{2} = k\lambda = 2k\frac{\lambda}{2}, \qquad (1.15)$$

то будет наблюдаться максимум. Условие минимума мы получим, если подставим в (1.13) найденную для рассматриваемого случая разность хода (1.14).



Рис. 1.8

Рис. 1.9

Уравнение (1.14), так же, как и условие минимума, будет иметь место и тогда, когда толщина плёнки не везде одинакова. На рис. 1.8 приведена картина интерференции для этого случая. Каждая тёмная или светлая полоса соответствует тем областям её, где толщина одинакова. Одна полоса отличается от другой толщиной и порядком спектра, максимальное значение которого в этом случае равно трём.

Если плёнка представляет собой плоский клин, т.е. толщина её меняется плавно, то наблюдаемая на поверхности клина картина интерференции будет выглядеть иначе (рис. 1.9). Каждой полосе вновь соответствует своё значение оптической разности хода, и, следовательно, своя толщина. На этот раз картина имеет восемь порядков.

Случай, когда лучи падают на поверхность раздела двух сред под произвольным углом  $\alpha$ , представлен на рисунке 1.76. Свет так же, как и ранее, претерпевает частичное отражение в двух точках: *А* и *B*. Проследим сначала ход луча, который прошёл в среду в точке *A* и, отразившись в точке *B* ( $n_2 < n_1$ !), вышел на поверхность в точке *C*. Путь его в плёнке составит AB+BC=2(AB). Точка *A* на рисунке выделена, поскольку в ней произошло разделение падающего луча на два когерентных. Путь одного из них мы уже проследили, путь второго много проще — это *AD*. От точки *A* до соответствующих точек *D* и *C* лучи прошли разные расстояния, но, начиная с линии *CD*, их пути до точки наблюдения вновь одинаковы. Значит, разность их хода

$$\Delta = [2(AB) \cdot n - AD] + \frac{\lambda}{2}. \qquad (1.16)$$

Геометрия даёт возможность выразить эту разность хода через толщину пластинки и угол преломления β:

$$(AB) = \frac{d}{\cos\beta}; \quad (AD) = 2x\cos(90^\circ - \alpha); \quad x = b \operatorname{tg}\beta.$$
(1.17)

Заменяя  $\cos (90^\circ - \alpha)$  через  $\sin \alpha$ , который, по закону преломления, равен  $n \sin \beta$ , получаем

$$\Delta = 2bn\cos\beta + \frac{\lambda}{2}.\tag{1.18}$$

Такого результата следовало ожидать, поскольку разность хода лучей по сравнению с первым случаем (нормальное падение света) уменьшена за счет пройденного первым лучом пути *AD*.

Условия максимумов и минимумов получим, вновь подставив разность хода (1.18) в (1.11) и (1.12). Как и в первом случае, когда лучи падали на поверхность нормально, мы рассмотрели интерференцию в *отражённом* свете. Случай наблюдения интерференции в *проходящем* через плёнку свете тоже показан на рис. 1.7: в точке *В* происходит ещё раз деление луча на два когерентных поэтому она тоже выделена. Первый луч выходит из плёнки и идёт в точку наблюдения, расположенную внизу, а второй попадает в неё, пройдя дважды толщину плёнки и отразившись в точке *С*. Геометрическая разность их хода остаётся прежней, а половину длины волны добавлять не нужно, так как в т. *С* отражение происходит от среды с меньшим показателем преломления ( $n_2 < n_1$ ), и фаза отражённой волны не изменяется на 180°, как в случае отражения при  $n_2 > n_1$ :

## $\Delta = 2bn\cos\beta.$

Картина интерференции в проходящем свете получается не такая яркая, поскольку часть интенсивности света теряется в точке *A*, и, кроме того, лучи, образующие картину, проходят среду четырежды.

Интерференция в тонких плёнках имеет широкое применение. Она позволяет с большой точностью определить качество обрабатываемой поверхности как в оптико-механической промышленности при изготовлении зеркал и линз, так и в машиностроении. Чтобы проверить качество обработки поверхности, на неё накладывают прозрачную эталонную пластинку. Между обработанной поверх-

ностью и эталоном образуется воздушная прослойка, толщина которой зависит от дефектов обработки (рис. 1.10). Эта прослойка даёт в отражённом свете интерференционную картину, по которой можно судить о недостатках обработки детали.



чтобы Рис. 1.10

При проверке плоских поверхностей прозрачный эталон (толстое стекло) накладывается так, чтобы образовалась клинообразная воздушная прослойка,

т.е. поверхности были бы прижаты с одной стороны. Если поверхности идеальны, получится интерференционная картина, изображенная на рис. 1.9, т.е. полосы будут прямыми. Отступления от плоскостей приведут к искривлению полос. Эти отклонения можно замерять с точностью до 0,1 мкм. В случаях, если требуется получить большую точность, поверхности серебрят.

### 1.5. Интерферометры и их использование

Интерферометрами называют приборы, сконструированные для наблюдения интерференции. Оптическая схема интерферометра зависит от того, для чего он предназначен. Мы не будем касаться тех интерферометров, на которых определяют показатели преломления газов. Рассмотрим лишь ход лучей в интерферометре Майкельсона, разновидности которого используются для определения отклонения размеров выполненной детали от эталона.

Ход лучей в интерферометрах этого типа показан на рис. 1.11. Интерферометр состоит из четырех колен, сходящихся вместе. В конце одного из колен находится источник света II, в двух других — зеркала  $3_1$  и  $3_2$ . Четвертое колено заканчивается окуляром, снабжённым шкалой, на которую проецируется спектр. В центре, где все четыре колена сходятся, находится полупрозрачное зеркало II3. Оно разделяет каждый луч источника света на два когерентных луча, и на рисунке точкой показано место этого деления. Внимательно приглядевшись, вы заметите, что с момента разделения и до попадания в окуляр первый луч проходит толщину зеркала дважды, а второй луч — ни разу. Поэтому на его пути ставят компенсационную стеклянную пластинку KII, что позволяет при подсчёте оптической разности хода не учитывать ход лучей в стекле полупрозрачного зеркала. Ход луча, идущего к нижнему зеркалу  $3_1$ , обозначен  $l_1$ , к правому зеркалу  $3_2 - l_2$ . Отразившись каждый от своего зеркала, лучи встречаются вновь в той точке, где они разделились. Разность их хода

 $\Delta = 2l_1 - 2l_2$ , (1.20) поскольку каждый луч проходит своё колено дважды. Ясно, что условие наблюдения максимума *k*-го порядка в определённой точке шкалы может быть найдено по условию (1.12) интерференционных максимумов:

 $2l_1 - 2l_2 = \pm k\lambda$ . (1.21) Изменение одного из расстояний до зеркала даже на четверть длины световой волны приведёт к тому, что разность хода станет кратной не длине волны, а ее половине, условие максимума сменится на условие минимума и в той точке шкалы, где наблюдался максимум *k*-го порядка, будет минимум.

Нижнее зеркало интерферомет-



Рис. 1.11

ра делают подвижным, с выступающим наружу прибора щупом. Под этим щупом на предметном столике помещают сначала эталон, а затем изготовленную деталь. Отличие её размера от размера эталона даже на  $0,1\lambda$ , то есть примерно на 0,05 мкм будет заметно по смещению спектра, наблюдаемого в окуляр.

# 1.6. Опыт Юнга. Пространственная когерентность

Заметим вначале, что осуществив в своём опыте в 1802 году когерентность световых лучей, Т. Юнг впервые наблюдал интерференцию от двух щелей, объяснив появление максимумов и введя в оптику само понятие этого явления.

Мы же касаемся этого опыта не из желания сделать экскурс в историю. В этом опыте отчётливо видна роль величины источника света, который должен быть точечным, т. е. иметь размеры порядка длины световой волны. Только в этом случае получается резкая интерференционная картина. На практике же мы имеем источники, размеры которых значительно превосходят длину световой

волны. На схеме хода лучей легко проследить, за счет чего картина интерференции получается либо размытой, либо она совсем отсутствует. На рис. 1.12 изображён опыт Юнга в идеальном случае точечного источника *S*. Лучи, идущие от него, когерентны друг другу. Для того, чтобы обеспечить их наложение, следует закрыть источник ширмой с двумя



Рис. 1.12

щелями, которые, в свою очередь, можно считать когерентными друг другу точечными источниками. Волны, испускаемые ими, будут сферическими, т.е. лучи будут расходящимися.

В каждую точку экрана Э придут лучи от каждого из когерентных источников  $S_1$  и  $S_2$ . Если это центральная точка экрана, лежащая против середины отрезка  $S_1S_2$ , то разность хода лучей будет равна нулю. Лучи, пришедшие в любую другую точку экрана, будут иметь разность хода  $(l_2 - l_1)$ , если на их пути не поставлены какие-нибудь прозрачные преграды. Для центральной точки порядок интерференции *k* равен нулю, значит, если источник *S* испускает белый свет, то в центре экрана будет максимум для всех длин волн, т.е. видно будет белое пятно. Симметрично расположенные максимумы первого порядка будут окрашенными: сначала фиолетовые, поскольку они имеют наименьшую длину волны, затем синие, зелёные и т. д. За первыми максимумами красного цвета будут располагаться фиолетовые линии спектра второго порядка.

Расстояние между вторичными источниками  $S_1$  и  $S_2$  не будет играть никакой роли, его изменение никак не скажется на четкости картины: источники  $S_1$  и  $S_2$  всегда остаются когерентными друг другу.

Иначе будет обстоять дело, если источник S будет протяжённым (рис. 1.13). В этом случае на щели  $S_1$  и  $S_2$  будет падать свет из разных его точек, и каждая пара лучей даст интерференционную картину. Максимумы этих картин не совпадут друг с другом, картина будет либо размытой, либо весь экран будет равномерно освещён. Четкой картины можно добиться так:



Рис. 1.13

- между источником S и ширмой поставить узкую входную щель, о которой речь шла выше. Она перекроет значительную часть лучей, идущих не от центральной точки источника, например, пару лучей, изображенных штриховыми линиями на рис. 1.13;
- щели S<sub>1</sub> и S<sub>2</sub> следует расположить достаточно далеко от источника, а расстояние S<sub>1</sub>S<sub>2</sub> сделать достаточно малым (порядка долей мм). Тогда в S<sub>1</sub> и S<sub>2</sub> будут попадать лучи, идущие практически перпендикулярно щелям, что обеспечит их максимальную освещённость.

Если же четкая интерференционная картина видна без входной щели и при любом, достаточно большом расстоянии  $S_1S_2$ , то обе светящиеся точки источника  $M_1$  и  $M_2$  когерентны друг другу, и источник можно считать *пространственно когерентным*. Количественной характеристикой пространственной когерентности служит расстояние  $S_1S_2$ . Перемещая щель поперёк светового пучка, можно обследовать когерентность колебаний по его сечению.

Одна из особенностей лазерных источников света заключается в высокой пространственной когерентности излучаемых ими световых пучков. Опыт Юнга с лазерным светом можно осуществлять без входной щели, а  $S_1$  и  $S_2$  можно раздвинуть (при специальном режиме работы) до краев сечения лазерного пучка.

# 1.7. Дифракция. Принцип Гюйгенса — Френеля

Хорошо известное прямолинейное распространение света легко объяснимо с точки зрения корпускулярных представлений о нём. Волновые представления тогда лишь могут быть приняты, если с их позицией можно будет объяснить этот фундаментальный закон. На первый взгляд это невозможно, поскольку сама природа волнового движения такова, что приводит к *дифракции* — отклонению от прямолинейного распространения. Это явление можно наблюдать, когда свет на своём пути встречает препятствие с отверстием, либо небольшой экран, за края которого он заходит. Огибание препятствий легко объясняется тем, что при распространении любой волны каждая точка, до которой дошло колебательное движение, вызывает такое же движение в соседней точке. Это положение было сформулировано Гюйгенсом и носит название его принципа: *каждая точка волнового фронта может рассматриваться как вторичный источник колебаний*. Причём это может быть лишь точечный источник, поэтому колебания от каждого вторичного источника пойдут в разные стороны, а фронт вторичной волны будет сферой.

На рис. 1.14 изображены фронты вторичных волн для двух случаев: а) источник света точечный, и фронт волны — сфера; б) плоская волна идет от протяжённого источника. Вторичные же источники в обоих случаях точечные, испущенные ими волны — сферические, но огибающая отдельных фронтов в первом случае часть сферы, а во втором — плоскость. Эти огибающие задают новое положение фронта волны. В каждом случае вторичные источники, расположенные у краев диафрагмы Д, испускают лучи, приводящие к отклонению света от прямолинейного пути на произвольный угол φ и загибанию его за края экрана. Угол отклонения от прямолинейного пути носит название *угла дифракции*.



Рис. 1.14

На рис. 1.14б показаны также лучи, идущие от вторичных источников, и направленные <u>внутрь</u> пучка света. Они, встретившись с лучами первичного источника, способны с ними интерферировать. Дифракция может привести к появлению интерференционной картины, но для этого лучи, отклонённые от прямого пути, должны быть когерентны тем, которые идут от первичного источника. В первом случае (см. рис.1.14а) это условие выполняется, а во втором не все лучи точечного источника испущены одним атомом. В плоской волне каждый луч, достигающий фронта волны, испущен разной группой атомов, расположенных в различных частях светящегося тела. Чтобы наблюдать интерференцию в случае плоской волны, следует, как уже отмечалось выше, поставить перед отверстием узкую щель, либо взять пространственно-когерентный источник.

Расчёт интерференционной картины, возникшей вследствие дифракции, интересен тем, что приводит к доказательству прямолинейности света. Он был выполнен Френелем, дополнившим принцип Гюйгенса положением об интерфе-

ренции вторичных волн. Для расчёта картины интерференции Френель предложил открытую часть фронта волны (т.е. площадь отверстия) разбить на зоны, которые теперь называют зонами Френеля. Принцип этого разбиения проследим по рис. 1.15, где на отверстие падает плоская когерентная волна. Здесь изображён луч, идущий от центра фронта волны, точки O, к центру экрана — к точке A. Длина  $l_0$  этого центрального луча равна кратчайшему расстоянию от отверстия до экрана:  $l_0 = L$ . Над ним показан луч, длина которого больше на полволны, т.е.  $l_1 = L + \lambda/2$ . Очевидно, лучей такой дли-



Рис. 1.15

ны множество: они все идут от окружности с центром в точке O, проведенной на плоскости фронта волны. На рисунке можно показать лишь два луча указанной длины — сверху и снизу от центрального луча. Радиус окружности нетрудно найти по теореме Пифагора:  $(L + \lambda/2)^2 = L^2 + r_1^2$ . Пренебрегая квадратом длины волны как величиной второго порядка малости, получим радиус первой зоны Френеля

$$r_1 = \sqrt{L\lambda} . \tag{1.22}$$

Фронт волны, лежащий внутри окружности указанного радиуса, носит название *центральной* или *первой зоны* Френеля. Она представляет собой участок волнового фронта, от каждой точки которого свет распространяется во все стороны и, следовательно, попадает и в точку *A*. Крайние лучи, идущие от этой зоны, отличаются от центрального на половину длины волны:  $l_1 = L + 0,5\lambda$ . На рис. 1.15 ниже центрального луча показан ещё луч, длина которого  $l_2 = L + \lambda$ . Лучей такой длины тоже множество, все они идут от окружности с радиусом  $r_2$ , охватывающей центральную зону. Эта окружность вырезает на световом фронте зону, следующую за центральной. Она уже не круг, как центральная, а кольцо. Это будет *вторая зона* Френеля.

Предположим теперь, что отверстие имеет такие размеры, что пропускает только ту часть светового фронта, в которой укладывается две зоны Френеля. Лучи от каждой точки этих зон в результате дифракции попадают в центральную точку экрана и, накладываясь там друг на друга, интерферируют. Центральный луч, выходящий из точки O, и крайний луч центральной зоны, наложившись друг на друга, дадут минимум, поскольку разность их хода составляет  $\lambda/2$ . То же самое произойдет, когда наложатся лучи, идущие от точек, лежащих рядом с этими точками: центральной точкой O и точкой, испускающей луч дли-

ной  $L + \lambda/2$ . Эти лучи будут чуть длиннее первых двух, но разность их хода останется прежней — полволны. Следовательно, *две соседние зоны гасят друг друга в центре экрана*.

Центральный луч и начальный луч третьей зоны разнятся на целую длину волны, поэтому они *усилят* друг друга. То же самое произойдет со всеми лучами, вышедшими из точек центральной и третьей зон. Интенсивности света в т. *А* от близких к центру зон будет примерно одинаковой (можно показать, что площади всех зон Френеля практически равны), но по мере удаления от центра она будет уменьшаться из-за увеличения расстояния и наклона зоны относительно направления на центр экрана:

$$I_1 > I_2 > I_3 > I_4 \dots$$
, или  $I_k > I_{k+1}$ . (1.23)

Здесь через  $I_k$  обозначена интенсивность света, пришедшего в точку A от зоны с номером k. Суммарная интенсивность света от всех открытых отверстием зон может быть найдена как сумма интенсивностей всех зон. Причём интенсивности чётных зон должны не прибавляться, а вычитаться:

$$I = I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 - I_6 \dots$$
(1.24)

Из последнего равенства вытекает два существенных следствия:

1. Если отверстие открывает *чётное* число зон Френеля, в центре дифракционной картины будет *минимум*. *Максимум* будет наблюдаться при условии, что отверстие пропускает *нечётное* число зон Френеля.

2. Второй вывод мы получим, сгруппировав интенсивности попарно:

$$I = I_1 - (I_2 - I_3) - (I_4 - I_5) - (I_6 - I_7) - \dots$$
 (1.25)

В силу (1.23) в скобках стоит всегда положительная величина, поэтому  $I_1 > I$ , т.е. интенсивность света на прямой, соединяющей глаз с источником света, больше тогда, когда открыта одна только центральная зона, а не весь световой фронт! Причём, как будет ясно из дальнейшего, интенсивность в т. A от полностью открытого фронта будет в 4 раза меньше, чем если свет проходил бы через малое отверстие размером с центральную зону Френеля.

Теперь выясним, велики ли размеры того участка волнового фронта, который создаёт в точке *A* основную освещённость. Для этого воспользуемся выражением (1.22), дающим радиус центральной зоны. Пусть отверстие отстоит от экрана на расстоянии L = 1 м, тогда  $r_1 = \sqrt{1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} \approx 7 \cdot 10^{-4}$  м, что составит примерно 0,7 мм при освещении отверстия зелёным ( $\lambda = 500$  нм) светом. Следовательно, распространение света происходит так, как если бы световой поток шёл вдоль очень узкого канала, т.е. распространялся бы прямолинейно.

В действительности же мы всегда наблюдаем *расхождение* светового луча: пучок света, вышедший из яркого источника (например, прожектора), имеет форму конуса. Такая форма луча обусловлена его дифракцией (см. рис. 1.14.). Расхождение лучей приводит к уменьшению плотности энергии луча — ведь в этом случае энергия распределяется по большему объему.

И только в случае когерентных пучков их расхождение гасится интерференцией, действие всех зон сводится к действию одной центральной зоны. Это

имеет место в источниках когерентного излучения (лазерах). Из-за малого расхождения пучка когерентных волн плотность энергии в лазерном луче очень велика и мало изменяется с удалением от источника света — лазера.

В случае сферического фронта радиусы зон Френеля можно вычислить по формуле

$$r_k = \sqrt{\frac{RL}{R+L}k\lambda} , \qquad (1.26)$$

где R — радиус волнового фронта (расстояние от точечного источника света до отверстия); k = 1, 2, 3... — номер зоны. Нетрудно показать, что для плоского фронта ( $R \rightarrow \infty$ ) и k = 1 из последней формулы получится выражение (1.22).

Для оценки суммарного действия нескольких зон, помимо приведённых выше рассуждений, используется более строгий и точный метод, который мы приводим ниже.

#### 1.8. Расчёт действия зон Френеля методом векторных диаграмм

Этот расчёт основан на том факте, что интенсивность света, как и плотность его энергии, пропорциональна квадрату амплитуды суммарной напряжённости полей, принесённых светом в т. *А* от всех точек волнового фронта за препятствием. Результирующая напряжённость находится как векторная сумма амплитуд интерферирующих волн.

Подобную задачу мы уже решали, рассматривая интерференцию света от двух источников в параграфе 1.2. Метод векторных диаграмм можно использовать и здесь, но та диаграмма (см. рис. 1.4) для этого непригодна из-за множества амплитуд, которые нужно просуммировать. На рис. 1.16 построены векторные диаграммы для трёх важных ситуаций, на которых вектора складываются цепочкой, а не с помощью параллелограмма, как при интерференции двух волн.

Для построения каждая зона мысленно разбивается на более узкие кольца. Так как фазы начала и конца любой зоны Френеля отличаются на  $\pi$ , то волны от соседних колец приходят в центр экрана (в точку *A*) с разностью фаз  $\Delta \varphi = \pi/N$ , где *N*— число колец, на которое разбивается каждая зона.



Рис. 1.16

Если принять фазу световой волны, пришедшей из центральной точки волнового фронта, равной нулю, то направление вектора амплитуды этой волны

совпадает с опорной осью. Значит, опорная ось задает фазу этого колебания. Луч, пришедший из ближайших к центральной точек экрана, несколько длиннее центрального. Разность длин лучей (разность их хода) порождает и разность фаз. Векторы амплитуды, принесённые не центральными лучами, будут направлены под разными углами к опорной оси. К нулевой фазе, заданной опорной осью, добавляется разность фаз, которая, как следует из выражения (1.10), пропорциональна разности хода  $\Delta = l - l_0$ .

По мере удаления вторичного точечного источника от центра зоны длина вышедшего из него луча будет постепенно возрастать, соответственно будет расти и разность фаз по отношению к центральному лучу. Поэтому в цепочке векторов каждый последующий вектор составляет больший угол с опорной осью, чем предыдущий. Последний же вектор ориентирован противоположно первому, поскольку зона Френеля определена так, что волны от начала и конца зоны приходят в центр экрана в противофазах, то есть со сдвигом фаз на 180°.

Результирующий вектор  $\vec{A}_1$  соединяет начало первого малого вектора с концом последнего (см. рис. 1.16а). Видно, что длина результирующего вектора приблизительно в  $\pi/2$  раз меньше, чем если бы складываемые вектора не отличались друг от друга по фазе. На первый взгляд, диаграмма представляет из себя полуокружность с диаметром  $A_1$ . Но это не совсем так: длина складываемых векторов постепенно уменьшается. Происходит это потому, что угол падения лучей постепенно возрастает по мере удаления луча от централь-

ного. Падает интенсивность, а значит и напряжённость поля, принесённого этими лучами.

Действие второй зоны Френеля находится аналогично и даёт вторую полуокружность, у которой форма тоже неправильная, вследствие чего конец последнего вектора находится несколько выше начала диаграммы (см. рис. 1.16б). Сам же последний малый вектор направлен параллельно начальному вектору диаграммы, поскольку разность длин лучей  $l_2 - l_0 = \lambda$ , что соответствует разности фаз в  $2\pi$ .



Рис. 1.17

Разность длин крайних лучей этой зоны составляет полволны, значит, суммируя действия векторов только кольцевой зоны, мы получим вектор  $\vec{A}_2$ , направленный противоположно  $\vec{A}_1$ , и немного короче последнего. Суммирование этих векторов (рис. 1.17) даёт вектор  $\vec{A}_{2p} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ , длина которого близка к нулю, и в центре дифракционной картины будет минимум интенсивности, то есть тёмное пятно. Следовательно, соседние зоны Френеля *гасят друг друга*. Поэтому, если в отверстии укладывается *чётное* число зон, в центре экрана будет *минимум*. При *нечётном* числе зон в центральной точке экрана наблюдается *максимум*.

Продолжая построение векторной диаграммы для бесконечного числа открытых зон Френеля, получим, что результирующая амплитуда  $\vec{A}_1$  от одной центральной зоны будет вдвое больше суммарной амплитуды  $\vec{A}_{\infty}$  от всех зон (см. рис. 1.16в). Интенсивность  $I_1$  соответственно в 4 раза больше, чем  $I_{\infty}$ . Следовательно, основное количество света проходит через центральную зону, то есть напрямую от источника света к приёмнику.

# 1.9. Учёт дифракционных явлений на практике

Изложенный выше метод Френеля позволил в основных чертах разъяснить явление дифракции, связанное, как мы убедились, с волновой природой света. Дальнейшая разработка метода продолжается до сих пор, что обусловлено необходимостью знания закономерностей распространения радио и световых волн для нужд бурного развития средств связи и оптических приборов. Современные теории дифракционных явлений учитывают многочисленные факторы, влияющие на распространение волн, вплоть до влияния материала, из которого изготовлены щели и экраны.

В курсе физики достаточно лишь в общих чертах представить себе те явления, к которым приводит дифракция. Сначала установим, при каких условиях её можно наблюдать.

Выше мы рассмотрели действие одного отверстия и рассчитали принципы определения интенсивности только в центральной точке экрана. Форма наблюдаемого в этой точке максимума повторит форму отверстия: если оно круглое, в центре дифракционной картины также будет круг. При прямоугольном отверстии максимум в центре будет окружен совокупностью максимумов более высокого порядка. На рис. 1.18 приведены картины дифракции для круглого отверстия. Слева — в отверстии укладывается нечётное число зон, и в центре дифракционной картины — светлый кружок. Справа — для чётного числа зон — в центре тёмное пятно. Если же препятствие представляет собой не экран с отверстием, а, к примеру, круглый диск, то в центре его геометрической тени должно появиться светлое пятно. Края диска окружены кольцами — дифракционными минимумами и максимумами (рис. 1.19).



Дифракционная решётка представляет совокупность узких щелей, поэтому картина дифракции будет состоять из узких полос. Они будут одного цвета, если решётка освещена монохроматическим светом. Светлые полосы будут перемежаться с тёмными. При освещении решётки белым светом центральный максимум будет белым, а максимумы более высоких порядков будут окрашены в цвета радуги. Действие всех щелей суммируется, и картина получается более чёткая и яркая, чем от одного отверстия.

Ширину щели вместе с шириной непрозрачной полоски между соседними щелями d = a + b называют *периодом ди*фракционной решётки (рис. 1.20). Очевидно, что период решётки связан с числом  $N_1$  щелей на единицу длины решётки соотношением:  $d = 1/N_1$ . На рис. 1.20 схематически показан и ход лучей при нормальном падении на дифракционную картину параллельного пучка света, который можно получить либо непосредственно от лазера, либо от обычной лампы, пропуская её свет через щель и конденсор. Постарайтесь уяснить себе роль каждой детали этого рисунка! Там же показано образование максимумов при наложении нескольких лучей, отклонённых в результате дифракции на угол ф от прямолинейного пути. Максимум в точке их наложения будет



Рис. 1.20

наблюдаться, если оптическая разность хода соседних лучей равна целому числу длин волн, то есть (см. рис. 1.20) при

$d\sin\varphi = k\lambda.$	(1.27)

Мы привели упрощённый вывод соотношения, которое носит название формулы дифракционной решётки. Здесь k — порядок дифракционных максимумов. При освещении решётки белым светом максимум нулевого порядка будет белым (подумайте, почему?), а максимумы 1-го, 2-го и более высоких порядков по обе стороны от центрального максимума будут представлять собой непрерывный спектр. (Подумайте, в каком порядке будут следовать цвета спектра, считая от центрального максимума!). Из формулы дифракционной решётки очевидно, что угол дифракции будет стремиться к нулю при  $d >> \lambda$  Следовательно, если размеры препятствия велики по сравнению с длиной волны, дифракция наблюдаться не будет. Если же постоянная решётки сравнима с длиной волны, то дифракция будет наблюдаться.

Приведённых выше сведений достаточно, чтобы понять, почему даже самый современный оптический микроскоп имеет ограниченную *разрешающую силу* — предел различимости деталей изображения.

Действительно, микроскоп, как и другие оптические приборы, основан на законах геометрической оптики: изображение геометрически подобно предмету в силу прямолинейности световых лучей. Дифракция искажает это подобие.

При её проявлении два разных наблюдаемых мелких объекта сольются вместе в результате появления дифракционных колец (см. рис. 1.19). Это произойдет, если размеры препятствий на пути идущего в микроскопе света будут близки к длине его волны. Значит, в оптическом микроскопе можно рассмотреть лишь объекты, размеры которых не больше длины световой волны (~ 0,4 мкм при фиолетовом освещении). Атомы и молекулы, как мы знаем, имеют размеры существенно меньше, порядка  $10^{-10}$  м. Они остаются невидимыми и до сих пор, даже в электронные микроскопы, в которых используется не световая волна, а пучок электронов. Поскольку длина волны, связанная с быстро движущимися электронами, имеет величину ~  $10^{-9}$  м, то большие молекулярные цепи отдельных органических молекул можно увидеть в электронном микроскопе. О волнах, используемых в электронных микроскопах, речь пойдет дальше, в 3-ей главе нашего учебного пособия.

Второе направление науки об особенностях распространения электромагнитных волн — использование их в средствах связи, где любой направленный источник волны имеет отверстия, через которые посылают сигнал к нужному объекту. Радиоволна, как и всякая другая, проходя через отверстие, испытывает дифракцию, в результате которой в точке приёма волны может наблюдаться либо максимум, либо минимум. Максимальная интенсивность будет тогда, когда в отверстии помещается лишь одна центральная зона Френеля, радиус которой (1.22) можно рассчитать по длине волны и расстоянию, на которое нужно передать сигнал. Радиус выходного отверстия передающего устройства по вполне понятным конструктивным причинам ограничен, и существенное увеличение расстояния может произойти лишь за счет изменения длины волны. Однако волны светового диапазона быстро рассеиваются в атмосфере, на них неудобно накладывать информацию (модулировать) из-за их некогерентности. Поэтому световая связь на дальние расстояния (со спутниками, например) стала возможна лишь после того, как был создан источник когерентного излучения — лазер.

# 1.10. Осуществление пространственной когерентности в лазерах

Для традиционно используемых источников света характерна некогерентность излучения, которое складывается из некогерентных между собой лучей, хаотично испускаемых микроскопическими элементами источника — атомами и молекулами. Имея такое излучение, добиться когерентности лучей можно лишь одним, уже рассмотренном нами классическим способом, найденным ещё Френелем — *разделением* луча.

В начале 60-х годов были созданы источники иного типа — лазеры. В них электромагнитные волны, зарождающиеся в различных частях, удалённых друг от друга на макрорасстояния, оказывается когерентными, то есть согласованными между собой. Таким же свойством обладают источники радиоволн, что весьма существенно для использования их в средствах связи. Когерентность излучения лазеров проявляется во всех свойствах их излучения, которые делают это излучение отличным от излучения всех известных нам ранее источников света.

Уместно напомнить, что излучаемая энергия определяется энергией, подводимой к источнику излучения. Лазеры энергию не производят, а, как и обычные источники, лишь преобразуют её в световую. Название оптического квантового генератора — лазер (LASER)— составлено из первых букв английской фразы: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation — усиление света вынужденным излучением. Проясним эту фразу.

Индуцированное, или вынужденное, излучение отличается от спонтанного тем, что атом сбрасывает запасённую им энергию не случайным образом, а лишь в тот момент, когда на него падает электромагнитная волна соответствующей частоты. А. Эйнштейн в 1920 г. описал его, исходя из теоретических соображений. Позднее существование вынужденного излучения было подтверждено целым рядом опытных фактов. Волны, возникающие в результате вынужденных переходов, когерентны с волной, вызвавшей эти переходы: частота, фаза, направление распространения и поляризация волны, вынужденно испущенной атомом, полностью совпадают с характеристиками волны, вызвавшей переход атома в состояние с меньшей энергией. Положение об индуцированном (вынужденном) испускании есть первая из трёх фундаментальных идей, легших в основу принципа действия лазеров.

Вторая фундаментальная идея принадлежит советскому физику В. А. Фабриканту (1950 г.). Суть её сводится к тому, что благодаря индуцированному излучению свет можно усилить, пропуская его через специальным образом подготовленную среду. Обычно прохождение света через среду приводит к ослаблению луча вследствие его поглощения. Если же среда будет преимущественно состоять из атомов, находящихся в возбуждённом состоянии, то проходящий через неё свет вызовет индуцированное излучение каждого атома, что приведёт к его усилению.

На рис. 1.21. показана принципиальная схема усиления света за счёт вынужденного излучения. Возбуждённый атом *A* испускает волну в результате самопроизвольного, случайного (спонтанного) излучения. Свет, им испущенный, идёт во все стороны. Если атом находится в среде, где все его соседи



Рис. 1.21

находятся в возбуждённом состоянии (запасли энергию), то волна, испущенная атомом *A*, вызовет индуцированное излучение по всем направлениям, волна будет усилена. Для направления, совпадающего с осью того тела, в котором атомы возбуждены, усиление будет максимальным, а в перпендикулярном направлении — наименьшим.

Вещество (твердое тело, газ, жидкость), в котором атомы преимущественно находятся в возбуждённом состоянии, называют *активной средой*. Для её создания необходимо к веществу (лазеру) подводить энергию. Процесс превращения обычного вещества в активную среду именуют *накачкой*. В мощных лазерах, работающих в *импульсном режиме*, процессы накачки и излучения разделены во времени. В лазерах, работающих в *непрерывном режиме*, эти процессы идут одновременно.

Для создания активной среды необходимо подобрать вещество, атомы которого могут оставаться в возбуждённом состоянии не обычные  $10^{-8}$  с, а много дольше. Атомы хрома, входящие в состав рубина, могут находиться в возбуждённом состоянии  $10^{-3}$  с — в сто тысяч раз дольше! Рубин был использован для создания первого в истории (1960 г.) лазера, который работал в импульсном режиме. Накачка в нём осуществлялась светом. В *гелий—неоновом лазере* смесь этих двух благородных газов в соотношении примерно 5:1 обладает увеличенным временем жизни возбуждённого состояния. Накачка производится электрическим разрядом, лазер работает в непрерывном режиме, испуская красный свет с длиной волны 632,8 нм.

Третья фундаментальная идея имеет радиотехнические корни, и её обсуждение выходит за рамки курса общей физики.

В 1964 году за разработку и создание квантовых генераторов советским учёным Н.Г. Басову и А.М. Прохорову и американскому физику Ч. Таунсу была присуждена Нобелевская премия по физике.

Остановимся теперь на основной отличительной черте лазерного луча — на его когерентности по всему сечению. Это свойство поясняется рис. 1.22, где показан заполненный активной средой источник, имеющий форму параллелепипеда. Среди всех сечений этого параллелепипеда выделим одно сечение  $Z_1$ , находящееся на расстоянии  $l_1$  от экрана с центром в точке A.



### Рис. 1 22

Свет, самопроизвольно испущенный одним из атомов в точке  $O_1$ , усиливается за счёт индуцированного излучения атомов, находящихся на его пути. Чем больший путь проходит свет, тем большее количество возбуждённых атомов сбрасывает энергию в виде волн, когерентных первичной волне, исходящей из точки  $O_1$ . Наибольшее усиление свет испытает в направлении Z, поскольку там на его пути встречается наибольшее число возбуждённых атомов.

Запишем для точки А уравнение волны, испущенной плоскостью Z<sub>1</sub>:

$$E = E_m \cos\left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l_1}{\lambda}\right) + \varphi_{01}\right].$$
(1.28)

Здесь  $\varphi_{01}$  — начальная фаза колебаний для указанной плоскости;  $l_1$  — расстояние от плоскости  $Z_1$  до точки A. Очевидно, что для лучей, испущенных плоскостью  $Z_2$ , расстояние  $l_2$  до точки A уменьшается, а начальная фаза  $\varphi_{02}$  возрастает,

так как колебания на плоскости  $Z_2$  возникнут позднее. Фаза же волны  $E_2$ , пришедшей в точку A от плоскости  $Z_2$ , будет равна фазе волны  $E_1$ :  $\varphi_1 = \varphi_2$ .

Следовательно, волны, излучаемые разными сечениями, приходят в точку наблюдения с одинаковыми фазами. Это правило выполняется не только для точки *A*, но и для всех точек экрана. Амплитуда суммарного поля в каждой его точке может быть найдена как сумма амплитуд колебаний, испущенных разными сечениями. Поскольку фазы этих колебаний одинаковы, то, построив диаграмму сложения амплитуд для всего множества векторов, каждый из которых характеризует излучение одной плоскости, получим прямую цепочку векторов, дающую максимально возможную амплитуду колебаний, возможную лишь при разности фаз, равной нулю (рис. 1.23).

Сравнивая полученный результат с результатом сложения амплитуд обычного источника (см. рис. 1.4 и 1.16), уясняем себе первую причину, обеспечивающую лазерному лучу его удивительную яркость — это одинаковая фаза всех волн,



приходящих в точку наблюдения от любых сечений протяжённого источника света.

Помимо этого, рассмотренные выше особенности движения луча через активную среду и связанное с этим индуцированное излучение приводят к пространственной когерентности луча не только по длине, но и по всему его сечению, что обеспечивает малую расходимость и, соответственно, острую направленность луча. Вследствие этого плотность энергии, переносимой лучом лазера, значительно превосходит плотность потока энергии от обычных источников света. Для сравнения приведём такие цифры: напряжённость поля в лазерном луче составляет  $10^4$  В/см, что в тысячу раз больше напряжённости в лучах Солнца в полдень на экваторе. И второе сравнение: чтобы от нагретого тела получить излучение, равное по плотности лазерному, температуру его нужно довести до  $10^8$  K!

# 1.11. Опытные законы теплового излучения

Излучение тела в любой области спектра сопровождается потерей энергии. Её пополнение для обеспечения стабильного излучения происходит различным образом: светятся светлячки в лесу, гнилушки, светятся и раскалённые тела. По причинам, вызвавшим излучение, его делят на *биолюминесценцию* (светлячок), *хемолюминесценцию*, вызванную гниением либо медленным окислением в воздухе (фосфор). Известна *фотолюминесценция*. Она вызывается освещением тела, покрытого люминофором. В настоящее время фотолюминесценция используется в дорожных знаках, окрашенных светящейся краской. Ещё один вид подобного излучения — электролюминесценция. Это свечение газов под действием электрического разряда, который в зависимости от давления газа и напряжённости электрического поля может быть тлеющим, искровым, дуговым, коронным. Свечение нагретого тела называют *тепловым излучением*. Такое излучение имеет место при любой температуре, но при низких температурах, например комнатной, оно лежит в невидимой, инфракрасной области. В отличие от всех видов люминесценции тепловое излучение является *равновесным*, то есть температура теплового излучения равна температуре излучающего тела.

Для этого вида излучения характерны некоторые закономерности, которые носят название опытных законов. Прежде, чем их изложить, познакомимся с *ха*-*рактеристиками излучения*.

Поток  $\Phi$  — это энергия, излучаемая светящимся телом за единицу времени, т. е. поток равен мощности излучения. Единица измерения энергетического потока Дж/с = Вт. Видимая часть излучаемой телом мощности называется световым потоком и измеряется в люменах (лм).

Энергетическая светимость  $R_{_{\mathfrak{I}}} = \frac{d\Phi}{dS}$  — это энергия, излучаемая не всем

светящимся телом, а единицей его поверхности в единицу времени. Фактически это *плотность потока* энергии. Она определяет собой *яркость*. Эти две величины совпадают друг с другом для потока, направленного нормально к светящейся поверхности.

Спектральная плотность энергетической светимости  $r_{\lambda} = \frac{dR_3}{d\lambda}$  часто именуется иначе испускательной, или излучательной способностью тела. Полное (официальное) название очень точно характеризует её смысл:  $r_{\lambda}$  равна мощности, излучаемой с единицы поверхности тела в единичном интервале длин волн. Излучательная способность характеризует распределение энергии излучения по длинам волн. Из определения излучательной способности следует, что

$$R_{\mathfrak{H}} = \int_{0}^{\infty} r_{\lambda} d\lambda \,, \tag{1.29}$$

т. е. энергетическая светимость есть сумма энергий, излучаемых телом с единицы поверхности за единицу времени в бесконечно малом интервале  $d\lambda$ , причём суммирование ведётся по всем длинам волн, испускаемых рассматриваемым телом. Графически энергетическая светимость равна площади фигуры под графиком зависимости  $r_{\lambda}(\lambda)$ .

Поглощательной способностью  $a_{\lambda}$  тела называют отношение поглощённого в интервале  $d\lambda$  потока  $d\Phi'$  к упавшему на тело потоку  $d\Phi$  в том же малом интервале длин волн.

Поскольку каждое тело поглощает не все длины волн одинаково (так, тело красного цвета меньше всего поглощает волны, вызывающие ощущение красного цвета), естественно характеризовать поглощательную способность отношением потоков энергии, взятых в малом интервале  $d\lambda$  вблизи определённой длины волны  $\lambda$ . Зависимость поглощательной способности тела от длины волны отмечена индексом " $\lambda$ " в обозначении этой характеристики тела. Заметим, что поглощательная способность зависит не только от  $\lambda$ , но и от температуры тела. Если тело поглощает весь упавший на него поток света всех длин волн, то  $d\Phi' = d\Phi$ . Такое тело называется *абсолютно чёрным телом*, и  $a_{\lambda}$  для него равна единице, т. е. максимально возможному значению.

Абсолютно чёрное тело полностью поглощает энергию, принесённую волнами всех длин, от 0 до бесконечности. Но как оно излучает? Опыт показывает, что если одинаково нагреть два тела, чёрное и нечёрное (серое), то ярче будет светить чёрное тело, т. е. то, которое больше поглощало. Иначе говоря, поглощательная и испускательная способности тела связаны друг с другом: при переходе от одного тела к другому возрастание излучения соответствует возрастанию поглощения. Точнее, *излучательная способносты тела прямо пропорционально его поглощательной способности*:  $r_{\lambda} \sim a_{\lambda}$ , а их отношение для любых тел при одинаковой температуре и длине волны будет постоянной величиной:

$$\frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}} = \text{const}; \quad (T = \text{const}; \quad \lambda = \text{const}).$$

Это частный случай закона Кирхгофа для теплового излучения: отношение излучательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от материала и состояния поверхности тела, и является универсальной функцией длины волны излучения и температуры тела:

$$\left(\frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}}\right)_{1} = \left(\frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}}\right)_{2} = \dots = f(\lambda, T).$$
(1.30)

Здесь индексы 1, 2 и ... относятся к первому телу, ко второму телу и т.д. Нетрудно догадаться, что функция Кирхгофа  $f(\lambda,T) = r_{\lambda}^{a.ч.т.}$ , то есть равна излучательной способности абсолютно чёрного тела. Очевидно, что излучательная способность абсолютно чёрного тела больше излучательной способности всех других тел.

Часто волну характеризуют не длиной волны, а её частотой  $v = c/\lambda$ . Соответственно и излучательную способность относят не к интервалу длин волн  $d\lambda$ , а к интервалу частот dv:

$$r_{\nu} = \frac{dR_{\gamma}}{d\nu}, \quad \text{где} \quad d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda.$$
 (1.31)

(Найдите и сравните единицы измерения  $r_v$  и  $r_{\lambda}$ !).

Кирхгоф также исследовал, как величина  $r_v$  зависит от v, одинакова ли плотность энергетической светимости в различных участках спектра. Оказалось,

что для каждой температуры существует определённая частота  $v_{\rm M}$  и соответствующая ей длина волны  $\lambda_{\rm M}$ , при которых излучается максимальная энергия.

На рис. 1.24 приведены зависимости  $r_{\lambda}$  от  $\lambda$ , снятые по излучению вольфрама (кривая 1) и абсолютно чёрного тела (кривая 2) при одинаковой температуре. Излучательная способность вольфрама



значительно меньше, чем у чёрного тела. Но обе кривые имеют ярко выраженный максимум, т. е. львиная доля энергии излучается в довольно узком интервале длин волн. Положение максимумов у обеих кривых одинаково. Это означает, что разные тела, нагретые до одинаковой температуры, имеют один и тот же цвет. Согласно (1.29) площадь, ограниченная каждой кривой и осью λ, равна всей мощности, излучённой с единицы поверхности нагретого тела.

Помимо закона Кирхгофа и его функции  $f(\lambda, T)$ , полученной им экспериментально путём разложения света в спектр и измерения его интенсивности в узком интервале частот, следует упомянуть ещё закон смещения Вина. Суть его поясняется рисунком 1.25, где сняты те же кривые, которые получал Кирхгоф, только для одного и того же тела, нагретого до разных температур: 1000 К, 1200 К, 1600 К.

По мере возрастания температуры максимум кривой  $r_{\lambda} = f(\lambda)$  смещается в область коротких волн, причём длина волны  $\lambda_{\rm M}$ , на которую приходится максимум излучательной способности, обратно пропорциональна абсолютной температуре тела:

$$\lambda_{\rm M} = \frac{b}{T},\tag{1.32}$$



где b — постоянная Вина, равная 2,9·10<sup>-3</sup> м/К.

Площадь под кривой  $r_{\lambda} = f(\lambda)$  остаётся равной энергетической светимости. Она, как видим, резко возрастает с увеличением температуры. По з*акону Сте*фана—Больцмана, для абсолютно чёрного тела это возрастание происходит пропорционально четвёртой степени температуры:

$$R_3 = \sigma T^4, \tag{1.33}$$

где σ — коэффициент пропорциональности, найденный опытным путём, и названный *постоянной Стефана-Больцмана*. Значение этой постоянной приводится в таблицах, а размерность определяется уравнением (1.33). Для серого тела, поскольку оно, нагретое до той же температуры, что и чёрное, излучает меньше (см. рис. 1.24), в законе Стефана—Больцмана после интегрирования (см. выражение 1.29) появится коэффициент черноты (поглощательная способность) того тела, для которого мы записываем этот закон:

 $R_3 = \alpha_{\lambda} \sigma T^4$ . (1.34) Рассмотренные выше опытные законы были установлены в конце XIX столетия. Неудачные попытки объяснить их с точки зрения Максвелловской теории электромагнетизма привели к революции в физике. Далее мы рассмотрим, как это произошло. Сами же опытные законы нашли широкое применение в практике. С примерами их использования вы познакомитесь в лаборатории.

## 1.12. Объяснение законов теплового излучения Вином, Рэлеем, Джинсом. Гипотеза Планка

Теоретическое обоснование вида экспериментальной функции Кирхгофа  $f(\lambda,T)$  (см. рис. 1.24), равной излучательной способности абсолютно чёрного тела, т.е. характер зависимости  $r_{\lambda}$  от длины волны в различных частях спектра пытались получить Рэлей, Джинс и Вин. Они руководствовались установившимися тогда представлениями о свете. Как и всякая электромагнитная волна, свет создаётся ускоренно движущимся зарядом. Если температура тела не равна нулю, то его молекулы и атомы участвуют в хаотическом тепловом движении – колебательном в случае твёрдого тела. Такое движение неизбежно приводит к столкновениям молекул. При этом их кинетическая энергия уменьшается Она частично передаётся другим молекулам, частично отбрасывается в виде электромагнитной волны.

В момент удара молекулы теряют свои скорости. Предположим, что чем больше скорость молекул, тем больше её изменение в момент удара: медленной молекуле почти нечего терять. Следовательно, величина энергии, излучаемой молекулой в момент удара, определяется её энергией *w*. Для каждой молекулы эти энергии различны. Число молекул с энергией *w<sub>i</sub>* определяется больцмановским распределением, согласно которому концентрация молекул с ростом их энергии экспоненциально убывает:

$$n_i = n_0 e^{-w_i / kT}, (1.35)$$

где  $n_i$  — концентрация молекул, имеющих энергию  $w_i$ , а  $n_0$  — концентрация всех молекул.

Пусть  $\langle w \rangle$  — средняя энергия, излучённая в процессе одного удара, то есть средняя энергия одного акта излучения. Свяжем эту энергию с излучательной способностью  $r_v$ . Очевидно, что  $r_v \sim \langle w \rangle N$ , где N — число актов излучения в единицу времени на единице поверхности.

Величина *N* зависит от частоты колебаний молекул. Действительно, пусть имеется цепочка колеблющихся молекул.

# 000000

Их соударения (акты излучения) происходят тем чаще, чем больше частота колебаний. Если молекула будет испытывать удары не только от соседей слева и справа, но и сверху и снизу, то число актов возрастёт: для двумерной цепочки  $N \sim v^2$ , а для трёхмерной  $N \sim v^3$ .

Величину  $\langle w \rangle$  найдём так: пусть  $n_i$  молекул в теле имеют энергию  $w_i$  и при ударе её излучают. Тогда произведение  $n_i w_i$  будет энергией, излучённой этой частью молекул, а сумма  $\sum n_i w_i$  даст энергию, излучённую всеми молекулами. Если всю энергию поделить на число молекул, получим среднюю энергию одного акта излучения:

$$\left\langle w \right\rangle = \frac{\Sigma \left\langle w_{i} w_{i} \right\rangle}{\Sigma n_{i}} = \frac{\Sigma \left\langle w_{i} n_{0} e^{-w_{i}/kT} \right\rangle}{\Sigma n_{0} e^{-w_{i}/kT}} = \frac{\Sigma \left\langle w_{i} e^{-w_{i}/kT} \right\rangle}{\Sigma \left\langle e^{-w_{i}/kT} \right\rangle}.$$
(1.36)

Чтобы найти две эти суммы, представим каждую из них в виде ряда. Для этого необходимо ввести общую для всех членов ряда величину. Пусть это будет u — сколь угодно малая порция энергии, тогда  $w_0 = 0.u$ ,  $w_1 = 1.u$ ,  $w_2 = 2.u$ , и так далее. Введём также обозначение  $x = e^{-u/kT}$ . Тогда из (1.35) получим

$$\langle w \rangle = \frac{u x + 2ux^2 + 3ux^3 + \dots}{1 + x + x^2 + x^3 + \dots} = ux \frac{1 + 2x + 3x^2 + \dots}{1 + x + x^2 + x^3 \dots}$$
 (1.37)

В знаменателе стоит бесконечно убывающая геометрическая прогрессия со знаменателем *x*, сумма которой

$$S_1 = \frac{1}{1 - x}.$$
 (1.38)

В числителе ряд можно просуммировать по формуле бинома Ньютона:

$$S_2 = \frac{1}{(1-x)^2}.$$
 (1.39)

Следовательно

$$\langle w \rangle = ux \frac{1}{1-x} = \frac{u}{(1/x) - 1}.$$
 (1.40)

Возвращаясь к введённому выше значению *x*, получаем среднюю энергию одного акта излучения

$$\langle w \rangle = \frac{u}{e^{u/\langle T \rangle} - 1} \,. \tag{1.41}$$

Тогда излучательная способность с поверхности (двумерная цепочка)

$$r_{v} \sim \frac{u}{e^{u/\langle \langle T \rangle} - 1} v^{2}$$
 (1.42)

Задача нахождения  $r_v$  как функции от частоты была решена, но давала совпадение с опытом лишь в области низких частот. Действительно, согласно (1.42), излучательная способность должна монотонно возрастать с увеличением частоты, которая входит только в числитель. Зависимость от неё поэтому не может иметь максимума, и подобна лишь восходящей ветви опытной зависимо-

сти  $r_v(v)$ . Обратите внимание, что речь идёт об участке кривой, характеризирующей излучение *малых* частот, т. е. *больших* длин волн.

Ситуацию иллюстрирует рис. 1.26, на котором показана перенесённая с рис. 1.24 опытная кривая, проведённая сплошной линией. Пологая ветвь её теперь повёрнута к началу координат. Пунктирная линия 1 соответствует уравнению (1.42). Казалось бы, практическое совпадение двух кривых в области малых частот свидетельствует о правомочности описанного выше механизма излучения электромагнитной волны. Вме-



сте с тем противоположный ход опытной и теоретической кривых свидетельствует, что этот механизм не имеет места. Резкое расхождение кривых в области высоких частот, начиная с максимума, получило название ультрафиолетовой катастрофы.

Действительно, катастрофу терпели все представления о свете, построенные на строгой и стройной системе Максвелловских гипотез, неоднократно раннее подтверждённых опытом.

Выход в 1900 году нашёл Макс Планк. Анализируя причины столь резкого расхождения с опытом, он не обнаружил изъянов в исходных позициях. Планк обратил внимание лишь на один момент, содержащий произвольное допущение: при нахождении суммы (1.36) была введена величина *и* — любая, сколь угодно малая порция энергии. Предположив, что она *не произвольна, а пропорциональна частоте*:

$$u = hv, \tag{1.43}$$

Планк тем самым изменил уравнение (1.42), в котором теперь частота вошла и в знаменатель, в показатель степени экспоненты:

$$r_{v} \sim \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} v^{2}$$
. (1.44)

Кривая 2, соответствующая формуле Планка (1.44), тоже изображена на рис. 1.26. В области малых частот она практически совпадает с пунктирной кривой 1, полученной по (1.42). При больших частотах возрастание показателя степени в знаменателе приводит к резкому уменьшению  $r_v$ .

На рисунке эта часть кривой изображена штрих-пунктирной линией. Вся же кривая, заданная (1.44), есть кривая с максимумом, полностью повторяющая опытную. Из формулы Планка нетрудно получить и закон смещения Вина, и закон Стефана—Больцмана (подумайте, как это сделать!).

Предположение Планка о том, что минимальная порция излучения пропорциональна частоте, оправдалась опытом, а сама порция энергии была названа *квантом*. Планк считал, что только в момент излучения световая энергия квантована, а далее свет распространяется волной, основное свойство которой непрерывность. Отказаться от сложившихся представлений о свете, как об электромагнитной волне, Планк не смог. Но идея о квантах световой энергии была использована сначала Эйнштейном для объяснения законов фотоэффекта, а затем Нильсом Бором для построения его модели атома.

# **II. БОРОВСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА**

### 2.1. Опыты Резерфорда. Постулаты Бора

Интерес к строению атома возрос в конце XIX века в связи с открытием электрона (1898 г.). Автор этого открытия Дж. Томсон (Англия) выдвинул предположение, что электроны внутри атома перемешаны с положительными зарядами, образуя в целом нейтральный атом с равномерно распределёнными внутри него положительными зарядами, между которыми вкраплены электроны (подобно булке с изюмом). Эрнст Резерфорд (1911 г.) для проверки этого предположения решил обстрелять вещество  $\alpha$ -частицами — ядрами гелия, образующимися при радиоактивном распаде. Как известно, атомы в твёрдом теле

плотно упакованы, соприкасаются друг с другом (см. [I5], рис. 6.1). Значит, ожидалось, что α-частицы должны быстро застрять в металле, даже если он будет тонкой фольгой.

Схема опытов Резерфорда показана на рис. 2.1: тонкая золотая фольга (золото — это наиболее пластичный и стойкий металл) обстреливалась  $\alpha$ -частицами, которые были направлены на фольгу узким пучком. Скорость  $\alpha$ -частиц определялась их источником и была у всех частиц одинакова, приблизительно  $10^7$  м/с.



Масса α-частицы тоже известна — это масса атома гелия. За фольгой был расположен флюоресцирующий экран, по вспышкам на котором можно было судить о числе достигших его α-частиц.

Чтобы исключить столкновения α-частиц с молекулами воздуха, в пространстве между экраном и фольгой создавался вакуум. Как с фольгой, так и без неё на экране наблюдалось интенсивное свечение в виде пятна, с диаметром, практически равным диаметру исходного пучка α-частиц, из чего можно было заключить, что почти все они свободно проникают через фольгу, не задерживаясь имеющимися в ней атомами. Отсюда Резерфорд заключил, что атом практически пуст и может быть заполнен лишь отрицательными электронами. Масса их мала и поэтому они не могут заметно повлиять на движение тяжёлой αчастицы.

Однако наблюдались и рассеянные частицы, но в очень небольшом количестве. Как предположил Резерфорд, в этих случаях  $\alpha$ -частицы пролетали вблизи сосредоточенных в центре атома массивных положительных частиц — ядер атомов. В случае же лобового столкновения с ядром  $\alpha$ -частицы должны быть отброшены назад, что также наблюдалось на опыте, но крайне редко. Именно эти редчайшие случаи отражения, наряду с созданной им теорией рассеяния, позволили Резерфорду оценить радиус ядра. Действительно, прежде чем изменить направление своего движения на противоположное,  $\alpha$ -частица должна остановиться. В этот момент её кинетическая энергия перейдёт в потенциальную энергию взаимодействия с ядром обстреливаемого атома:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(2e)(Ze)}{d} \,. \tag{2.1}$$

где Z — порядковый номер обстреливаемого элемента в таблице Менделеева; Ze — заряд его ядра, 2e — заряд  $\alpha$ -частицы; d — то расстояние, на которое  $\alpha$ частица приблизилась к нему. Подставив в это уравнение цифры, вы сможете убедиться, что d равно примерно  $10^{-14}$  м. Это, конечно, несколько больше радиуса ядра, поскольку непосредственного столкновения ожидать трудно. Но оценить этот радиус можно: уменьшая порядковый номер мишени, можно получить всё уменьшающиеся *d*.

Радиус атома  $r_0$  оценивается в молекулярной физике по плотности вещества и массе A его грамм-атома:

$$r_0 \approx \sqrt[3]{V_0} = \sqrt[3]{\frac{A}{\rho N_0}} \approx 10^{-10} \text{ M},$$
 (2.2)

где *N*<sub>0</sub> — число Авогадро.

Радиус ядра оказывается на пять порядков меньше радиуса атома. Этот опытный факт послужил основой для новой — планетарной модели атома, согласно которой вокруг положительного ядра вращаются (чтобы не упасть на ядро) электроны. Но, двигаясь ускоренно, они должны излучать электромагнитную волну, теряя при этом свою энергию. В результате электроны должны неизбежно упасть на ядро, что противоречит опыту. Атом у Резерфорда оказался неустойчивым. Спасая планетарную модель атома, будучи убеждён в её обоснованности, Нильс Бор (1913 г.) выдвигает два постулата:

1. Находясь на орбите, электрон не излучает. Движение его происходит лишь по тем орбитам, для которых момент импульса кратен постоянной Планка, делённой на 2π:

$$m \circ r = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar, \qquad (2.3)$$

где *n* — целые числа, равные 1, 2, 3 ....;  $\hbar = h/2\pi$  также называется постоянной Планка (читается "аш перечёркнутое");  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

2. Излучение кванта света происходит лишь при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую, причём энергия кванта

$$h_{\mathcal{V}} = E_1 - E_2, \tag{2.4}$$

где  $E_1$  и  $E_2$  — энергия электрона соответственно на начальной и конечной орбитах. Если с помощью этих постулатов удастся объяснить какой-нибудь опытный факт, то их можно будет считать справедливыми.

### 2.2. Закономерности в атомных спектрах. Объяснение их Н. Бором

Атомы находятся в свободном, изолированном друг от друга состоянии только в газах. В жидкостях и твёрдых телах они связаны. Спектры, которые излучают газы, будучи нагретыми, отличаются от тех, что дают нагретые твёрдые тела или жидкости. В первом случае они *линейчатые*, во втором — сплошные.

На рис. 2.2. изображён линейчатый спектр водорода, который начинается с красной линии  $H_{\alpha}$ . Линии постепенно сгущаются, т. е. их частоты всё меньше отличаются друг от друга. Хорошо заметно, что линии не представ-



ляют собой беспорядочного скопления, что существует определённая закономерность в их расположении. Швейцарский математик Бальмер установил, что если присвоить каждой линии номер, начиная счет с трёх, линии можно вычислить по простой формуле. Несколько позднее оказалось, что вновь открытые линии, лежащие в ультрафиолетовой и инфракрасной областях спектра, подчиняются той же закономерности, только нумерацию линий в ультрафиолетовой области следует начинать с двух, а в инфракрасной — с цифры четыре. Совокупность линий в каждой области спектра называют *серией*. Поэтому формулу, выражающую закономерность расположения линий в каждой серии, назвали *сериальной*.

Общая для всех серий закономерность будет выглядеть так:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \tag{2.5}$$

где R — некоторая постоянная, определяемая опытным путём (*постоянная Ридберга*); n — номер серии; m — номер линии, т. е. тоже целое число. Постоянную Ридберга вы сможете сами определить в лаборатории. Для ультрафиолетовой серии n = 1, для видимой n = 2, и для инфракрасной серии n = 3. Счёт линий в серии начинается не с едини-

в серии начинается не с единицы: первой линии серии присваивается номер, на единицу больший номера серии.

Значения вычисленных по (2.5) длин волн отличаются от определённых на опыте лишь в

		Таблица I
	Длина волны, нм	
	вычисленная	измеренная
3	656,280	656,280
12	375,018	375,015
18	369,159	369,156

шестом знаке. Это совпадение иллюстрирует табл. 1, где сравниваются вычисленные и опытные значения длин волн нескольких линий. Очевидно, что (2.5) — не просто хорошо подобранная формула. Она является выражением какой-то внутриатомной закономерности. Эту закономерность удалось объяснить Бору на основании своих постулатов.

Действительно, второй постулат по своей структуре очень похож на сериальную формулу (2.5), стоит лишь его записать чуть иначе, введя вместо частоты длину волны по (1.4):

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc} \langle \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{E}_2 \rangle.$$
(2.6)

В случае излучения  $E_2 < E_1$ . Если же атом поглощает квант света, то  $E_2 > E_1$ . В любом случае  $E_1$  — это энергия того уровня, *с которого* переходит электрон,  $E_2$  — энергия уровня, *на который* переходит электрон.

В первом постулате заложено предположение, что к электрону, находящемуся в стационарном состоянии, приложимы понятия, используемые в классической физике: масса и импульс. Поэтому полную энергию электрона можно найти как сумму кинетической и потенциальной энергии. Последняя есть энергия электростатического притяжения электрона к ядру. Она может быть найдена по работе, которую нужно совершить, чтобы перенести электрон из бесконечности, где его потенциальная энергия равна нулю, на расстояние *r*, равное радиусу той орбиты, на которой теперь находится электрон:

$$E_p = \int_{\infty}^{r} F dr = \int_{\infty}^{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Ze \cdot e}{r^2} dr = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$
(2.7)

Отрицательный знак вполне естественен, поскольку вычисляемая энергия есть энергия сил притяжения (см. [1], § 3.8). Работа в этом случае производится системой за счёт убыли её энергии. А она была равна нулю.

Второй закон Ньютона, записанный для электрона, движущегося по круговой орбите под действием силы Кулона:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze\cdot e}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r}; \quad \Rightarrow \quad \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = 2\frac{m\upsilon^2}{2}, \quad (2.8)$$

позволяет убедиться, что кинетическая энергия электрона на любой орбите равна половине его потенциальной энергии, взятой с обратным знаком.

Здесь, как и выше, Z — порядковый номер элемента в таблице Менделеева, который задаёт также и число электронов в атоме.

Полная энергия электрона в атоме

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}, \qquad (2.9)$$

т. е. полная энергия электрона в атоме *отрицательна* и равна половине потенциальной энергии. Очевидно также, что  $E = -E_k$ .

Задача нахождения энергии на орбите с номером *n* сводится, следовательно, к нахождению либо радиуса  $r_n$  стационарной орбиты, либо скорости  $\upsilon_n$  движения электрона на ней. Обе эти величины входят в первый боровский постулат (2.3) и во второй закон Ньютона (2.8). Для решения задачи мы имеем систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} m\upsilon_n r_n = n\frac{h}{2\pi};\\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n} = m\upsilon_n^2. \end{cases}$$
(2.10)

Решив эту систему, получим, что разрешённый первым постулатом радиус *n*-ой орбиты пропорционален квадрату главного квантового числа *n*:

$$r = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m Z e^2} \,. \tag{2.11}$$

У атома водорода всего один электрон. Он находится на минимальном расстоянии  $r_1$  от ядра в случае, если атом не возбужден, т.е. ему не сообщена избыточная энергия. Для этого, так называемого *основного состояния* главное квантовое число n = 1 и радиус первой орбиты  $r_1 \approx 0.5 \cdot 10^{-10}$  м, что совпадает с тем, что даёт молекулярно-кинетическая теория. (Рекомендуем самим убедиться в этом, подставив в (2.11) значения постоянных и посчитав точнее — с тремя значащими цифрами). При возбуждении атома (поглощении им энергии) электрон переходит на более удалённые орбиты. Мы знаем уже, что находится он на них очень непродолжительное время, в среднем около  $10^{-8}$  с. Если  $n \to \infty$ , радиус орбиты *r* тоже принимает бесконечно большие значения, то есть электрон отрывается от ядра, что соответствует ионизированному атому. Поскольку главное квантовое число *n* задаёт радиус, его можно считать *номером орбиты*.

Воспользовавшись полученным для  $r_n$  выражением, легко вычислить и полную энергию электрона на n-ой орбите:

$$E_n = -\frac{me^4 Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}.$$
 (2.12)

т.е. с увеличением *n* растёт и энергия. Абсолютное же её значение уменьшается. При  $n \to \infty$  энергия электрона будет стремится к нулю.

Полученным нами выражением (2.12) определяются те значения энергии, которые может иметь электрон, находясь внутри атома, т.е. разрешённые первым постулатом Бора уровни энергии. Других значений энергии у электрона в атоме не бывает, *они запрещены*.

Подставив в уравнение (2.12) значения всех постоянных и переведя энергию в электроновольты, получим для водорода значения разрешённых уровней энергии

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} (\text{3B}). \tag{2.13}$$

ти уровни представлены на рис. 2.3, где слева указаны значения энергии, а справа — номер уровня, т.е. главное кванто-

вое число. Стрелками показаны возможные для электрона переходы между уровнями. Каждому переходу соответствует излучение кванта света определённой частоты, которая, в соответствии со вторым постулатом Бора, пропорциональна разности энергий тех уровней, между которыми произошел переход. На схеме уровней выделены три совокупности (серии!) излучаемых водородом линий при переходе электрона на первый, второй и третий уровни. Для каждой серии линий общим будет номер уровня, на который перешёл электрон.

Подставив в (2.6), найденные из постулатов Бора энергии (2.12), получим формулу, по которой можно найти теоретические значения длин волн в спектре водородоподобного атома:


$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4 Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 c} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right).$$
(2.14)

Здесь  $n_1$  — это номер уровня, *с которого* перешёл электрон,  $n_2$  — номер уровня, *на который* он перешёл. Полученное выражение будет полностью эквивалентно сериальной формуле (2.5), если стоящее перед скобками выражение приравнять постоянной Ридберга *R*. Расчёты дают значение этой постоянной, совпадающее с опытным вплоть до шестого знака. Сопоставляя (2.14) с сериальной формулой, получим возможность прояснить смысл входящих в неё номеров *n* и *m*:  $n = n_2$ , т.е. номер серии задаёт номер того уровня, *на который* перешли электроны в светящемся газе,  $m = n_1$  — номер линии совпадает с номером того уровня, *с которого* перешли электроны. Очевидно, что на рис. 2.3 изображены ультрафиолетовая, видимая и инфракрасная серии, для которых n = 1, 2, 3 соответственно.

Поскольку в светящемся газе атомы каким-либо способом получили энергию, не одинаковую для каждого из них, то и при сбросе этой энергии каждый атом излучает свою длину волны. Образуется *линейчатый спектр*, т. е. набор светлых линий на тёмном фоне.

Успешный вывод Бором сериальной формулы, вычисление им постоянной Ридберга, явились доказательством верности его постулатов и его модели атома. В итоге это привело к пониманию электронной структуры атома, что сохранило своё значение и по сей день.

Вместе с тем, боровская модель атома и его постулаты не были строгой последовательной теорией. В них сочетались классические представления об электроне с квантовым характером излучения. Поэтому очень скоро появились факты, не укладывающиеся в боровскую модель. Для их объяснения приходилось выдвигать новые постулаты. И только с помощью ещё трёх постулатов, дополнивших боровскую модель, можно построить полную картину электронной оболочки атома.

# 2.3. Четыре квантовых числа. Экспериментальное обоснование их введения. Принцип Паули

При расчёте спектра водорода мы познакомились с одним квантовым числом — *главным квантовым числом n*, которое определяет в атоме уровни энергии, переходы между которыми объясняют происхождение всех линий линейчатого спектра водорода. Каждая линия отличается от другой своей частотой, о пределяемой через разность энергий уровней, между которыми произошёл переход.

1. Точные измерения спектров более сложных атомов показали, что линии в спектрах состоят из двух, либо трёх очень близко расположенных линий (рис. 2.4), то есть спектры имеют *тонкую структуру*. Происхождение её нельзя объяснить в рамках боровской модели — все разрешённые уровни энергии (см. рис. 2.3) уже использованы для объяснения линий в спектре. Для объясне-

ния тонкой структуры приходится предположить, что рядом с уровнем n = 2существует очень близко расположенный к нему ещё один уровень. Он обеспечивает появление *дублета* (так называют две очень мало отличающиеся по частоте линии). Близко к уровню с n = 3 таких дополнительных уровня два, и при точных измерениях линия, появившаяся в результате перехода с n = 3 оказывается состоящей из трёх линий (*триплет*).

Для объяснения этих фактов немецкий физик Зоммерфельд (1915 г.) выдвинул постулат, согласно которому внутри атома помимо круговых орбит существуют ещё эллиптические. Энергия электрона, движущегося по эллиптической орбите, отличается от той, что имеет электрон, движущийся по круговой орби-





те. Для них, как и для круговых, справедливо правило: стационарны те орбиты, для которых орбитальный момент импульса электрона L кратен  $\hbar$ , но так как в случае эллиптических орбит момент импульса не равен  $m_0r$ , условие квантования орбит будет отличаться от боровского (2.3), и запишется так:

$$L = l\hbar, \tag{2.15}$$

где *l* — орбитальное квантовое число.

Оно, также как и *n*, принимает только целые значения, но, в отличие от *n*, может быть равно нулю:  $l = 0, 1, 2, 3 \dots$  Нулевое значение *l* соответствует движению по прямой, без вращения. Эта, так называемая *проникающая орбита*, невозможна с точки зрения классической механики. Она была введена позднее, в квантовой механике. Для указанных выше значений *l* приняты обозначения: *s*, *p*, *d*, *f*... соответственно.

Момент импульса — векторная величина, поэтому и *l* можно представить в виде вектора, направление которого связано с направлением вращения электрона правилом буравчика (рис. 2.5).

Поскольку момент импульса максимален для круговой орбиты, а для эллиптических орбит он меньше, орбитальное квантовое число *l* всегда меньше, чем главное квантовое





число *n*. Наибольшее значение l = (n - 1), наименьшее значение l = 0. Каждая круговая орбита имеет свой набор эллиптических орбит разной вытянутости, но таких, чтобы большая полуось эллипса равнялась радиусу круговой орбиты. Так, при n = 3 возможны три значения l и, соответственно, три орбиты, две из которых — эллипсы. Набор этих эллипсов изображён на рис. 2.6, где выполнено

указанное выше правило их построения, касающееся больших полуосей вытянутых орбит. На рис. 2.4 вы найдёте два соответствующих этим орбитам подуровня энергии, которые обусловливают появление триплета.

2. Орбитальное движение электрона подобно круговому току. Поэтому электронная орбита испытывает действие сил Ампера, как только атом попадает в магнитное поле. Влияние этого поля иллюстрирует рис. 2.7. Оно подобно действию земного тяготения на волчок (гироскоп), ось вращения которого смещается на угол θ от прежнего положения и начинает вращаться (прецессировать). Это дополнительное движение приводит к появлению дополнительных энергетических уровней в атоме. Они были замечены ещё в конце 19-го столетия. Если источник света (светящийся газ) поместить в магнитное поле, линии его спектра расщепляются на две, а некоторые на три близко расположенные линии. Если бы отклонение от оси вращения на рис. 2.7 происходило на любой угол  $\theta$ , линия бы просто раз-





Рис. 2.7

мазывалась, т. е. изменение энергии было бы любым, а не строго определённым. Появление же определённого числа линий приводит к необходимости введения еще одного постулата: в атоме возможны лишь те ориентации вектора  $\vec{L}$ , для которых проекция этого вектора на ось Z, совпадающую с направлением магнитного поля, кратна  $\hbar$ :

$$L_z = \hbar m_l, \tag{2.16}$$

где  $m_l$  — магнитное квантовое число, значения которого тоже целочисленные и определяются значениями l. Так, при l = 0 проекции нет, то есть  $m_l = 0$ . При l = 1 длина вектора  $\vec{L}$  равна  $\hbar$ , т.е. имеет лишь одно значение, а его проекция на направление поля  $\vec{B}$  может иметь три значения, которые показаны на рис. 2.8a:  $m_l$  может быть равно нулю, плюс единице и минус единице.

Если l = 2, длина вектора  $\vec{L}$  будет вдвое больше (см. рис. 2.8б), и проекции его на направление поля будут равны целому числу  $\hbar$  в пяти случаях, т.е.  $m_l$  может принять пять разных значений. Ясно, что при l = 3 таких значений будет семь.

3. В 1925 г. американские физики Уленбек и Гаудсмит ввели четвертое, *спиновое квантовое число*  $m_s$ . Это число определяет *собственный момент импульса*  $L_s$  электрона, который также пропорционален постоянной Планка, делённой на  $2\pi$ :

$$L_s = \hbar m_s. \tag{2.17}$$

Спиновое квантовое число может принимать лишь два значения: +1/2 и -1/2, то есть собственный момент импульса электрона, или *спин* (от англ. to spin —

вращаться, крутиться) вдвое меньше орбитального момента *L*. Спин электрона может быть либо параллелен орбитальному моменту импульса, либо направлен против него, когда "вращение" электрона вокруг собственной оси противоположно его движению по орбите.

Обобщение описанного выше большого количества опытных фактов, сформулированных в виде четырех похожих друг на друга постулатов, было сделано Вольфганом Паули. Оно известно под названием *принципа Паули: никакой атом не может иметь двух электронов, которые обладали бы одинаковым набором четырех квантовых чисел.* Это обобщение не поясняет, почему все возможные движения электрона внутри атома носят квантовый характер, и лишь использует это как опытный факт. Этот принцип приводит к тому, что электроны внутри атома не могут все иметь минимальную энергию, то есть все находиться на низшем энергетическом уровне n = 1.

Происходит это вот почему: при n = 1 орбитальное квантовое число принимает лишь одно значение l = 0, т.к. его наибольшее значение равно n - 1. Магнитное квантовое число  $m_l$  будет тоже иметь нулевое значение; у нуля нет проекции. А спиновое число  $m_s$  всегда имеет два значения. Значит, при n = 1 будет два набора квантовых чисел, отличающихся друг от друга только спиновым квантовым числом  $m_s$  и, следовательно, в состояниях с одинаковым n = 1 могут находиться только два электрона.

При n = 2 орбитальное квантовое число lпринимает два значения: ноль и единица. Случай l = 0 разобран выше и даёт возможность составить два набора квантовых чисел, т.е. на уровне с n = 2 и l = 0 (уровень 2s) может находиться только два электрона. Но при этом же значении главного квантового числа на втором подуровне с l = 1 (см. рис. 2.4.) электронов сможет находиться уже шесть: каждому из трёх возможных значений  $m_1$  (рис. 2.8) соответствует по два значения спинового квантового числа. В итоге на подуровне 2р могут находиться шесть электронов, а всего на второй оболочке атома (n = 2) могут поселиться 8 электронов. Тогда оболочка будет заполненена.



Рис. 2.8

Наконец, третья оболочка (n = 3) может иметь два электрона на подуровне s (l = 0), шесть электронов на подуровне p (l = 1). При l = 2 возможно 5 различных значений  $m_l$  (рис. 2.8), т.е. можно составить десять наборов квантовых чисел, и на подуровне d может находиться 10 электронов. Таким образом, в третьей оболочке атома может разместиться 18 электронов. Рассуждая подобным образом, нетрудно показать, что число возможных состояний равно  $2n^2$ .

Следует помнить, что речь идёт о возможностях атома разместить электроны на разрешённых уровнях энергии. Будут ли эти уровни заполнены или останутся свободными, зависит от наличия у атома электронов. Так, например, атом натрия имеет 11 электронов. В соответствии с принципом Паули они распределятся по уровням энергии следующим образом:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ .

В электронной формуле цифры дают значения главного квантового числа, буквы – значения орбитального. Цифрами, написанными над символами, обозначено число электронов, имеющих соответствующие значения второго квантового числа. Ясно, что уровень 3*s* у натрия заполнен наполовину, а более высокие уровни 3р, 3d, 4s и так далее остаются свободными.

## 2.4. Рентгеновы лучи

Боровская модель атома, несмотря на свой непоследовательный, полуквантовый-полуклассический характер, даёт возможность прояснить закономерности не только оптической (т. е. видимой, ультрафиолетовой и инфракрасной) части электромагнитного спектра. Она позволяет также понять и происхождение линий *рентгеновского спектра*, излучаемого атомами тяжелых элементов.

К *рентгеновским лучам* (открыты В. Рентгеном в 1895 г.) относят электромагнитные волны, имеющие длины волн на два-три порядка меньше длины волны видимых лучей. Соответственно энергия квантов рентгеновского излучения в сотни и тысячи раз превышает энергию квантов видимых лучей.

Рентгеновская трубка, служащая для получения этого излучения, изображена на рис. 2.9. Электроны, испускаемые накаливаемым катодом, попадают в электростатическое поле и ускоряются разностью потенциалов, которая дости-

гает нескольких десятков тысяч вольт. Ускоренные этим высоким напряжением электроны ударяются об *антикатод*, выполняемый обычно из тугоплавких металлов. Рентгеновское излучение, вызванное этими ударами, имеет спектр двух типов: сплошной *тормозной* спектр и линейчатый *характеристический* спектр. Тормозной спектр вызван тем, что электроны, испытав соударение с атомами мишени, те-



Рис. 2.9

ряют либо часть своей кинетической энергии  $E_{\kappa}$ , либо всю её. Они быстро замедляются, испуская кванты электромагнитного излучения. При полной потере энергии электрон испускает квант с максимально возможной, так называемой *граничной частотой* v<sub>0</sub>:

$$h\nu_0 = E_{\kappa} = eU, \qquad (2.18)$$

где *U* — напряжение между катодом и антикатодом рентгеновской трубки, ускоряющее электроны.

Естественно, что любые другие частоты, меньшие, чем  $v_0$ , испускаются теми электронами, которые теряют свою кинетическую энергию не полностью, а лишь замедляют свое движение. Тормозной спектр, следовательно, сплошной, но имеет коротковолновую границу. Причём, излучается он не только рентге-

новской трубкой, но и всегда, когда имеет место резкое торможение быстрых электронов (например, в кинескопе телевизора, особенно с большим экраном, где ускоряющее напряжение может достигать 50 кВ). n = 3

Происхождение *характеристическо*го рентгеновского спектра иллюстрирует рис. 2.10, где изображён атом алюминия. Когда атом не возбуждён, его 13 электронов занимают возможно более низкие энергетические уровни, расположенные слоями, образующими электронные оболочки, которые принято обозначать заглавными буквами, начиная с самой близкой к ядру: *K*, *L*, *M*, и т. д.

Излучение рентгеновских лучей связано с бомбардировкой твёрдого тела быстро летящими электронами, один из которых показан в верхней части рисунка, а траектория его изображена пунктиром. Пролетая через электронную обо-



Рис. 2.9

лочку, он может оказаться вблизи любого из электронов оболочки и, благодаря отталкиванию, вытолкнуть его. На рисунке выбитым оказался электрон *K*-слоя. На *K*-слое остался всего один электрон, и свободное место было занято электроном *L*-слоя, при переходе которого излучился квант  $hv_{pehr.}$  и образовалась  $K_{\alpha}$ -линия *K*-серии рентгеновского характеристического спектра. Если бы свободное место было занято электроном *M*-слоя, образовалась бы  $K_{\beta}$ -линия этой же *K*-серии. Переход электронов на места, освободившиеся на *K*-оболочке в результате обстрела мишени, дают совокупность линий, называемую *K*-серией. С равной вероятностью могут освободиться места в *L*-слое, тогда образуется *L*-серия линий.

На этом же рисунке показан переход одного из электронов в последней для алюминия *M*-оболочке с нижнего её уровня l = 0 на уровень l = 1. Этот переход может быть вызван тепловыми ударами соседних атомов. Возвращение электрона в исходное состояние связано с излучением кванта видимого света  $hv_{вид}$ . Очевидно, что этот квант имеет существенно меньшую энергию, нежели квант рентгеновского излучения  $hv_{pehr.}$ , ведь величина каждого кванта определяется разностью энергий уровней, между которыми произошли переходы, то есть вторым боровским постулатом. Длины волн характеристического спектра рассчитываются по *формуле Мозли*, подобной сериальной формуле (2.5):

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-b)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$
(2.19)

где Z — порядковый номер химического элемента — металла, из которого изготовлен антикатод; b — некоторая постоянная, носящая название постоянной эк*ранирования*. Название этой постоянной объясняется тем, что между ядром атома и электронами в слоях, начиная с *L*-слоя, находятся электроны более близких

к ядру оболочек, которые уменьшают силу притяжения ядра, экранируют ядро от электронов в более удалённых оболочках. Для K-серии b = 1 (K-оболочка как бы уменьшает заряд ядра на 1e). Для остальных серий постоянная экранирования значительно больше, её значение находится экспериментально и приводится в таблицах.

Рис. 2.11 схематически поясняет происхождение серий, иллюстрируя, какие значения n и m следует брать для каждой линии. Следует обратить внимание, что на рис. 2.10 показаны уровни энергии, различающиеся в каждой оболочке значениями l – орбитального квантового числа, а на рис. 2.11 этим различием (тонкой структурой) мы пренебрегаем.



Рис. 2.11

Рентгеновы лучи в силу большой энергии своих квантов имеют ряд характерных свойств, которые здесь уместно отметить. Наиболее характерным и поразительным свойством рентгеновского излучения является его способность проникать через вещества, непрозрачные для других излучений. Благодаря этому свойству открытие рентгеновских лучей привлекло к себе широкое общественное внимание, стало газетной сенсацией. С этим их свойством связано и широкое их применение в медицине.

Ультрафиолетовые, видимые и инфракрасные лучи поглощаются веществом потому, что передают свою энергию электронам поглощающего их вещества, переводя их на более высокий уровень (см. рис. 2.9). Для рентгеновых лучей, энергия которых на несколько порядков выше, такая потеря энергии несущественна. Они при этом теряют лишь малую часть своей энергии. В результате они проходят вглубь вещества. Если через I обозначить интенсивность рентгеновских лучей, подошедших к слою вещества толщиной dx, то dI — это приращение интенсивности при прохождении этого слоя. Очевидно, что оно будет зависеть как от толщины слоя, так и от величины самой интенсивности:

$$dI = -\mu I dx, \qquad (2.20)$$

где  $\mu$  — коэффициент пропорциональности, именуемый линейным коэффициентом поглощения. Он имеет размерность, обратную длине, зависит от частоты лучей и от поглощающего вещества, и равен относительному уменьшению интенсивности на единице длины поглотителя. Знак "минус" показывает, что величина *I* уменьшается, то есть её приращение отрицательно. Разделив переменные и проинтегрировав по *I* и по *x* в соответствующих пределах, получим

$$I = I_0 e^{-\mu x}, (2.21)$$

где I — интенсивность на выходе из слоя толщиной x;  $I_0$  — на входе в вещество. Уравнение характеризует ослабление энергии излучения при прохождении че-

рез вещество. Наряду с линейным коэффициентом µ используют также *массовый коэффициент поглощения* 

$$\mu_{\rm M} = \mu/\rho, \qquad (2.22)$$

#### где р — плотность вещества.

Механизм ослабления рентгеновских лучей бывает разным. Квант рентге-



## Рис. 2.12

новского излучения может ионизировать атом, т. е. выбить электрон с его орбиты. Этот случай называют *внутренним фотоэффектом* (рис. 2.12а). При определённых условиях электрон, оставшись на орбите, испытает отдачу — получит некоторый импульс, а рентгеновский луч будет отклонён от своего пути рассеян (рис. 2.12б). Этот случай носит название эффекта Комптона, по имени его открывателя, американского физика. Наконец, третий случай — образование пары электрон — позитрон. Он имеет место, если энергия рентгеновских квантов очень велика (≥ 1,02 МэВ) и квант проходит рядом с ядром (рис. 2.12в).

Остановимся более подробно на первом случае. Ионизирующее действие рентгеновских лучей приводит к тому, что в поглощающем веществе происходят молекулярные изменения. Эти эффекты особенно велики в сложных органических молекулах и поэтому рентгеновское излучение вредно для живой ткани. Для количественной характеристики ионизирующего излучения введена единица его измерения — *рентген* (обозначается Р). Она установлена в 1937 году и определяется по производимой лучами ионизации воздуха.

Рентген — количество ионизирующего излучения (экспозиционная доза), которое вызывает появление в 1 см<sup>3</sup> сухого воздуха при нормальных условиях такого числа положительных и отрицательных ионов, что суммарно они несут 1 единицу заряда СГС каждого знака. Единица заряда в системе единиц СГС составляет  $\frac{1}{3 \cdot 10^9}$  Кл, и 1 Р = 2,58 · 10<sup>-4</sup> Кл/кг. Воздух выбран потому, что условия, оговорённые выше, легко получить и воспроизвести. Помимо этого, коэффициент поглощения рентгеновских лучей в воздухе в широком диапазоне длин волн близок к тому, что имеют ткани человеческого организма.

### 2.5. Магнитные свойства атома

Во второй части курса лекций [16] мы изучали магнитные поля и их свойства там, где нет заметных количеств вещества, то есть практически в пустоте. Теперь рассмотрим влияние различных веществ на магнитное поле. Это влияние обу-

словлено тем, что атом каждого вещества представляет сложную электрическую систему, состоящую из различным образом движущихся зарядов. А движущиеся заряды, как нам известно, создают магнитные поля, которые, налагаясь на внешнее магнитное поле, могут его либо увеличивать, либо уменьшать. Вещество, способное каким либо образом влиять на магнитное поле, называют магнетиком.

Боровская модель атома позволяет достаточно точно описать поведение электронов в атомах при наличии внешнего магнитного поля, их способность создавать собственные магнитные поля. Прежде, чем перейти к описанию этих свойств, еще раз коснёмся понятия магнитного *момента*, впервые встретившегося нам в § 3.11 второй части курса лекций. Напоминаем, что магнитным моментом контура называют физическую величину, равную произведению силы тока *i*, обтекающего контур, на площадь *S* этого контура:



Рис. 2.13

Магнитный момент есть величина векторная, он направлен по нормали  $\vec{n}$  к плоскости контура. От величины магнитного момента зависит действие внешнего магнитного поля на контур с током. В самом деле, пусть прямоугольная рамка со сторонами a и b, по которой течёт ток i, помещена в магнитное поле  $\vec{B}$ , параллельное плоскости рамки (рис. 2.13). В этом случае сила Ампера

 $\vec{M}_{\rm M} = i \, S \, \vec{n} \, .$ 

$$f = iaB\sin 90^{\circ}, \tag{2.24}$$

направленная перпендикулярно плоскости чертежа, будет действовать лишь на вертикальные стороны, создавая вращающий момент сил

$$M = iBab. \tag{2.25}$$

Так как ab = S, из (2.23) и последнего равенства получим, что вращающий момент прямо пропорционален магнитному моменту контура:

$$M = BM_{\rm M} \sin 90^{\circ}. \tag{2.26}$$

Из равенств (2.23) или (2.26) нетрудно определить единицы измерения магнитного момента:

$$[M] = \mathbf{A} \cdot \mathbf{M}^2 = \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{M}}{\mathbf{T} \pi} = \frac{\mathbf{\Pi} \mathbf{K}}{\mathbf{T} \pi}.$$
 (2.27)

Исходя из боровских представлений, можно вычислить величину магнитного момента, создаваемого движением электрона по орбите радиуса r. При движении по орбите электрон за один оборот (то есть за время, равное одному периоду) переносит заряд *e*. Поскольку, по определению, сила тока I = dq/dt, где dq — заряд, перенесённый через сечение за время dt, то

$$i = \frac{e}{T} = \frac{e\upsilon}{2\pi r},\tag{2.28}$$

где v — скорость движения электрона по орбите. Тогда

$$M_{\rm M} = \frac{e\upsilon}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{e\upsilon r}{2}.$$
 (2.29)

Причина, вызывающая появление магнитного  $M_{\rm M}$  и механического  $L_l$  моментов одна: это движение электрона по орбите. Поэтому естественно связать эти величины:

$$\frac{M_{\rm M}}{L_{\rm I}} = \frac{e_{\rm U}r}{2m_{\rm U}r} = \frac{e}{2m},\tag{2.30}$$

где  $L_l = m_0 r$  — механический момент импульса электрона при его движении по круговой орбите. Отношение магнитного момента электрона к его механическому моменту носит название *гиромагнитного отношения* и есть, как мы видим из (2.30), величина постоянная.

Используя постулат о квантовании орбитального момента импульса (2.15), получаем, что магнитный момент электрона также квантуется:

$$M_{\rm\scriptscriptstyle M} = \frac{e}{2m} L_l = l \frac{e\hbar}{2m}, \qquad (2.31)$$

где l = 1, 2, 3, ..., то есть уже знакомое нам орбитальное квантовое число.

Минимально возможный магнитный момент электрона в атоме носит название магнетона Бора:

$$M_{\rm F} = \frac{e\hbar}{2m}.\tag{2.32}$$

Таким образом, если механический момент электрона кратен постоянной Планка  $\hbar = h/2\pi$ , то магнитный момент кратен магнетону Бора  $M_{\rm b}$ . А коэффициент кратности у них одинаков — это орбитальное квантовое число *l*.

Взаимосвязь магнитных и механических моментов атомов была экспериментально подтверждена в 1915 году в *опыте Эйнштейна — де Гааза*. Идею этого опыта предложил А. Эйнштейн: магнитный и механический моменты связаны

между собой, так как оба вызваны одним и тем же движением, поэтому изменение одного должно вызвать изменение другого. При помещении металлического стержня в магнитное поле магнитные моменты ориентируются. Вместе с ними должны повернуться и механические моменты. В силу закона сохранения момента количества движения механический момент системы должен остаться постоянным. Поэтому сам стержень должен получить момент обратного направления, то есть придти во вращение. Явление аналогично механическому явлению, когда человек, стоящий на скамье Жуковского, поворачивает ось колеса, которое держит в руках. При этом он сам приходит во вращение.

Схема опыта изображена на рис. 2.14: стержень подвешен на тонкой нити, на которой укреплено зеркальце *a*, позволяющее фиксировать поворот стержня. Магнитное поле создавалось соленоидом, по которому пропускался ток. В момент его включения возникало поле, магнитные моменты атомов ориентировались, а стержень при этом



Рис. 2.14

поворачивался. Обратный эффект — намагничивание образца при его быстром вращении — наблюдал в 1909 году американский физик С. Барнетт.

Магнитный момент — величина векторная, определяемая по (2.23). Его направление совпадает с осевым перемещением буравчика, закручиваемого по току. Следует помнить, что движение электрона по орбите противоположно направлению тока, поэтому векторы  $\vec{M}_l$  и  $\vec{L}_l$  противоположны друг другу (рис. 2.15). На этом же рисунке показан вектор магнитного момента, возникшего при

собственном вращении электрона — спиновый магнитный момент  $\vec{M}_s$ . Последний бывает направлен либо по $\vec{M}_l$ , либо против него, в зависимости от направления собственного "вращения" электрона. Спиновый магнитный момент всегда равен магнетону Бора.

Магнитный момент многоэлектронного атома представляет собой сумму магнитных моментов всех электронов, включая как спиновые, так и орбитальные их моменты. Каждый из моментов



Рис. 2.15

вносит в полный момент атома независимый векторный вклад. Так, все заполненные оболочки имеют полный нулевой спиновый момент, поскольку спиновые моменты в каждой паре электронов противоположны друг другу. Частично заполненные оболочки могут иметь суммарный момент, не равный нулю.

В качестве примера рассмотрим атом гелия. Два его электрона находятся в основном состоянии n = 1, и для них орбитальное квантовое число l = 0. Значит, равны нулю орбитальный механический и магнитный моменты. Спиновые моменты двух электронов противоположны, следовательно, и суммарный спиновый момент будет равен нулю. Атом гелия оказывается магнитно-нейтральным.

В настоящее время рассчитаны суммарные магнитные моменты каждого атома периодической системы. Атомы, для которых суммарный магнитный момент равен нулю, образуют вещества, относящиеся к диамагнетикам. Вещества, состоящие из атомов, обладающих собственным магнитным моментом, называют парамагнетиками. На примере последних рассмотрим физический смысл величин, характеризующих магнитные свойства вещества.

## 2.6. Магнитные свойства вещества

Для парамагнетика совокупность атомов, составляющих любое газообразное, жидкое или твердое тело может быть представлена как множество разориентированных вследствие теплового движения магнитных моментов: на рис. 2.16 каждый вектор представляет суммарный магнитный момент  $\vec{M}_i$ отдельного атома. Вследствие хаотической ориентации этих малых векторов их сумма, очевидно, будет равна нулю. Магнитные моменты отдельных атомов могут получить преимущественную ориентацию при наложении внешнего магнитного поля  $\vec{H}$ . Ориентации будет препятствовать хаотичное тепловое движение. В результате может получиться картина, изображенная на рис. 2.17, где магнитные моменты атомов не все ори-



Рис. 2.16

Рис. 2.17

ентированы по полю, а частично разбросаны. Суммирование векторов  $\vec{M}_i$  в этом случае уже не даёт нулевой результат. Суммарный магнитный момент будет направлен вдоль внешнего поля. Обычно этот момент относят к единице объёма вещества и называют *вектором намагничения*:

$$\frac{\sum \tilde{M}_i}{V} = \vec{J}_V. \tag{2.33}$$

Вектор намагничения может быть также суммарным магнитным моментом единицы массы вещества, либо одного моля:

$$\frac{\sum \tilde{M}_i}{m} = \vec{I}_m; \qquad \frac{\sum \tilde{M}_i}{\nu} = \vec{I}_\mu.$$
(2.34)

Соответственно различают объёмный вектор намагничения  $\vec{J}_V$ , удельный  $\vec{J}_m$  и молярный  $\vec{J}_\mu$ . Очевидно, что величина вектора намагничения определяется не только свойствами вещества, но и величиной внешнего магнитного поля, вызывающего упорядочение отдельных моментов. Отношение же J к напряжённости H магнитного поля будет зависеть лишь от свойств вещества, от способности его молекул ориентироваться по полю.

Назовем это отношение магнитной восприимчивостью вещества:

$$\chi_V = \frac{J_V}{H}; \quad \Rightarrow \quad \vec{J}_V = \chi \vec{H}.$$
 (2.35)

Последнее равенство показывает, что введённая выше магнитная восприимчивость *есть характеристика вещества*: у одних веществ (с малой  $\chi$ ) даже существенное внешнее поле не вызовет появления большой намагниченности. А у веществ с большой магнитной восприимчивостью даже малое внешнее поле приводит к появлению заметной намагниченности. Очевидно, что магнитная восприимчивость должна зависеть от условий: повышение температуры, например, будет её уменьшать. Значения магнитной восприимчивости различных веществ приводятся в таблицах, определены они экспериментально.

Нетрудно убедиться, что объёмный вектор намагничения (2.33) имеет размерность напряжённости магнитного поля — А/м. Следовательно, объёмная магнитная восприимчивость будет величиной безразмерной. Используемые наряду с ней магнитная и удельная восприимчивости

$$\chi_{\mu} = \frac{J_{\mu}}{H} \qquad \text{i} \qquad \chi_{m} = \frac{J_{m}}{H} \tag{2.36}$$

будут уже размерными величинами.

На практике более широко применяется другая величина, характеризующая способность вещества намагничиваться — *магнитная проницаемость* µ.

Чтобы понять, как она вводится, вернёмся к рис. 2.17. На нём, помимо векторов  $\vec{M}_i$ , характеризующих магнитные моменты отдельных атомов, показан и вектор намагничения  $\vec{J}$ , который, как и следовало ожидать, в соответствии с равенством (2.35), сонаправлен с  $\vec{H}$ . Понятно, что вектор  $\vec{J}$  характеризует магнитное поле, созданное сориентировавшимися атомами вещества. Складываясь с внешним по отношению к веществу полем, он даёт в присутствии вещества некоторое суммарное поле

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{H}).$$
 (2.37)

Коэффициент  $\mu_0$  введен по соображениям размерности лишь в СИ. В *физической системе единиц* он отсутствует. Заменяя вектор  $\vec{J}$  его значением по (2.35), получаем

$$\vec{B} = \mu_0(\chi \vec{H} + \vec{H}) = \mu_0(\chi + 1)\vec{H}.$$
(2.38)

Введя обозначение

$$(\chi + 1) = \mu,$$
 (2.39)

получим хорошо известное нам по второй части курса лекций [16]соотношение  $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$ , (2.40)

где μ — *магнитная проницаемость* вещества. Физический смысл μ эквивалентен смыслу χ: магнитная проницаемость также харак-

теризует способность молекул ориентироваться по полю. Однако полученное выше равенство позволяет ввести такое дополнение: магнитная проницаемость показывает, как связано магнитное поле  $\vec{B}$  в веществе с внешним магнитным полем  $\vec{H}$ .

Очевидно, что при постоянной магнитной проницаемости ( $\mu$  не зависит от  $\vec{H}$ ) зависимость между  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$  выражается прямой линией, угловой коэффициент которой равен либо  $\mu_0\mu$  (в СИ), либо просто  $\mu$  (иные

системы единиц). Это иллюстрирует рис. 2.18, где две прямые получены для двух веществ с разной магнитной проницаемостью.

### 2.7. Слабомагнитные вещества и их использование

Для большинства веществ величина магнитной восприимчивости χ очень мала, то есть создаваемое ими магнитное поле не велико (2.35), а величина магнитной проницаемости близка к единице. Поэтому в повседневной жизни суще-



ствует мнение, что большинство веществ, включая и широко используемые медь и алюминий, не реагируют на внешнее магнитное поле. Конечно, это не так, но реакция большинства веществ на внешнее магнитное поле может быть замечена лишь в хорошо поставленных экспериментах.

Рассмотрим вначале поведение в магнитном поле тех веществ, атомы которых имеют собственные магнитные моменты, не равные нулю — *парамагнетиков*. В этих материалах вектор намагничения  $\vec{J}$  сонаправлен с  $\vec{H}$  (см. рис. 2.17), то есть магнитная восприимчивость  $\chi$  положительна (2.35), а магнитная проницаемость  $\mu > 1$ .

Эти свойства приводят к тому, что если парамагнетик поместить во внешнее *неоднородное* магнитное поле, он будет втянут в это поле, поскольку возникший в веществе южный полюс S' будет притянут северным полюсом N внешнего магнитного поля  $\vec{H}$  (рис. 2.19).

Несмотря на слабость парамагнитного эффекта, он находит применение в так называемом парамагнитном охлаждении

тел. Известно, что с увеличением температуры растёт степень беспорядка молекул, мерой которого является одна из функций состояния термодинамической системы — энтропия S. Следовательно, с увеличением температуры возрастает и энтропия (кривая 1, рис. 2.20). В присутствии внешнего магнитного поля атомы ориентированы вдоль него, поэтому степень беспорядка при наличии поля меньше, чем без него. Но с возрастанием температуры энтропия также увеличивается, но зависимость от температуры идёт ниже (кривая 2, ик побудет ожный о магнаходении NРис. 2.19  $\vec{H} = 0$  $\vec{H} \neq 0$  $\vec{T}_2$   $\vec{T}_1$   $\vec{T}$ 

S

 $S_1$ 

0

Рис. 2.20

рис. 2.20). Хорошо видно, что если энтропия  $S_1$  одинакова при  $\vec{H} = 0$  и при  $\vec{H} \neq 0$ , то это соответствует разным температурам  $T_1$  и  $T_2$ . Поэтому, если тело охладить в присутствии магнитного поля до температуры  $T_1$ , а затем поле убрать, энтропия (степень беспорядка) не изменится, но температура понизится, она станет равной  $T_2$ . Парамагнитное охлаждение позволяет достичь очень низких температур — порядка 0,001 К. Такая низкая температура недостижима другими способами охлаждения.

Парамагнитные явления используются в ряде случаев как метод исследования свойств веществ. Поэтому приведём примеры веществ с парамагнитными свойствами: азот, кислород, щелочные металлы, алюминий, платина, титан, ванадий, уран, CuCl<sub>2</sub> и др.

Теперь рассмотрим *диамагнетизм* — явление, свойственное всем веществам. Оно заключается в появлении внутри вещества магнитного поля, противоположного внешнему. Это внутреннее поле по своей сущности индукционное. Возникает оно как в проводниках, где можно говорить об индукционных токах, возникших при внесении проводника во внешнее магнитное поле, так и в отдельных молекулах диэлектрика. В соответствии с законом Фарадея — Ленца индукционное поле препятствует изменению внешнего поля, вызвавшего индукцию.

Рассмотрим сначала случай проводника, т. е. вещества, где свободные заряды движутся без внешнего поля подобно молекулам газа, хаотично. На рис. 2.21 показаны два заряда, знак которых для простоты взят положительным, несмотря на то, что в большинстве проводников свободными зарядами являются электроны. Скорости этих зарядов произвольны,



Рис. 2.21

поскольку движение хаотично. На рисунке показаны также силы Лоренца, возникающие при любом движении заряда в магнитном поле. Искривление траектории движения каждого заряда позволяет принять движение заряда за круговой ток, магнитное поле которого  $\vec{B}_i$  определяется правилом буравчика и показано для каждого случая на чертеже. Оно оказывается *всегда противоположно* нарастающему внешнему полю  $\vec{H}$ , как того требует закон электромагнитной индукции.

Величина индукционного поля  $\vec{B}_i$  определяется величиной возникших под действием внешнего поля индукционных токов. Последние особенно велики там, где сопротивление мало, т.е. в хороших проводниках. В случае, когда сопротивление стремится к нулю,  $\vec{B}_i$  становится равным по величине внешнему, вызвавшему индукцию. Такое явление имеет место в сверхпроводниках, внутри которых суммарное магнитное поле всегда равно нулю. Сверхпроводники являются идеальными диамагнетиками.



Реакция диамагнетиков на внешнее магнитное поле противоположна реакции парамагнетиков. Парамагнетики втягива-

*ются* в неоднородное магнитное поле (см. рис. 2.19). Диамагнетики же выталкиваются из него (рис. 2.22), так как в них вектор намагничения  $\vec{J}$  направлен против внешнего поля.

Это явление особенно существенно в сверхпроводниках, где величина индукционного поля может быть сколь угодно большой из-за отсутствия сопротивления. Эффект выталкивания может быть настолько велик, что сверхпроводящее тело повисает в воздухе над полем, вызвавшим индукцию. Так, к примеру, если по металлическому кольцу будет циркулировать ток, то помещённый над этим кольцом сверхпроводящий шар повиснет над ним. Идеальный диамагнетизм открывает перспективу использования механического эффекта отталкивания для создания опор без трения. Сверхпроводящие подвесы, работающие по принципу описанного выше опыта, могут быть использованы в гироскопах, моторах и т. п. В ряде стран ведутся работы по созданию транспорта на "магнитной подушке". В результате выталкивания сверхпроводника магнитным полем вагоны будут висеть над металлическим путепроводом. В Японии была создана модель такой железной дороги длиной 400 м. Вагон весом 2 т двигался над путепроводом со скоростью 50 км/ч. Ожидается, что поезда на магнитной подушке смогут развивать скорость до 500 км/ч.

Использование сверхпроводимости затруднено тем, что она наблюдается пока только при очень низких температурах. В 1984 году появилась работа американского физика Литтла, в которой была предложена модель сверхпроводника с температурой перехода в сверхпроводящее состояние порядка 2000 К. Речь идёт о создании органического сверхпроводника. Более поздние работы приводят к выводу о возможности высокотемпературной сверхпроводимости в сплавах металлов, содержащих примеси редкоземельных элементов.

В диэлектриках диамагнитный эффект также имеет место: внешнее магнитное поле вызывает дополнительное движение электронов (прецессию), описанное в § 2.3 (см. рис. 2.7). Прецессионное движение электронов приводит к появлению магнитного поля, противоположного внешнему.

И, наконец, последнее: вектор намагничения  $\vec{J}$  в диамагнетиках направлен против внешнего поля  $\vec{H}$ , и в соответствии с формулой (2.35) магнитная восприимчивость диамагнетиков отрицательна. Следовательно, магнитная проницаемость диамагнетиков  $\mu = (\chi + 1)$  будет меньше единицы. Диамагнитный эффект очень слаб ( $\chi \approx -10^{-6}$ ), поэтому он бывает заметен лишь в тех веществах, где нет парамагнитного эффекта, то есть там, где суммарный магнитный момент атома равен нулю. Такими веществами являются благородные газы, медь, свинец, вода и др. Особенно заметно диамагнетизм проявляется в висмуте и графите, где  $\chi$  достигает – (200–300)·10<sup>-6</sup>.

Теория парамагнетизма, расчёт магнитных моментов отдельных атомов строится на основе квантовой механики. Основы этой теории были заложены французским физиком Ланжевеном, работавшим в конце XIX и первой половине XX века. Теория диамагнетизма была разработана несколько позднее. Существенный вклад в её создание внёс советский физик, лауреат Нобелевской премии Лев Давидович Ландау.

## 2.8. Сильномагнитные вещества. Кривая намагничивания, гистерезис

Помимо пара- и диамагнетиков, магнитные свойства которых могут наблюдаться лишь в специально поставленных экспериментах, существуют ещё вещества, у которых магнитная проницаемость  $\mu >> 1$ , и значит магнитное поле  $\vec{B}$  в таких веществах существенно больше  $\vec{H}$  — внешнего магнитного поля. Сильномагнитные вещества, также, как парамагнетики, втягиваются в магнитное поле. Только сила этого втягивания значительно больше. Если для алюминия, например, сила составляет  $17 \cdot 10^{-5}$  H, то для железа она будет больше почти на 5 порядков и составит 4 H (цифры указаны для образцов массой в 1 г при действии одного и того же поля). Такими веществами являются железо, никель, кобальт и некоторые редкоземельные элементы. Соединения и сплавы указанных выше элементов также обладают уникальными магнитными свойствами.

Эти свойства проявляются не при любых температурах: для каждого элемента есть температура, ниже которой вещество становится сильномагнитным, а выше этой температуры оно — обыкновенный парамагнетик. Эта температура носит название точки Кюри (по имени Пьера Кюри, который перед тем, как заняться изучением радиоактивности, исследовал магнитные свойства вещества). Точка Кюри для железа составляет 768 °C, а у никеля она вдвое ниже — 365 градусов. Процесс перехода сильномагнитного вещества в парамагнетик обратим: при охлаждении ниже точки Кюри парамагнетик вновь становится сильномагнитным.

Помимо большого значения магнитной проницаемости сильномагнитные вещества обладают свойством сохранять намагниченность при удалении из намагничивающего поля. И, наконец, третье, отличающее их свойство: магнитная проницаемость µ, следовательно, и восприимчивость  $\chi$  для них не являются однозначными величинами. Эти магнитные характеристики могут при совершенно одинаковых условиях принимать не одно, а два-три значения в зависимости от того, в каком намагничивающем поле побывало сильномагнитное вещество до изменения условий, т. е. имеет место "эффект памяти" — *гистерезис*.

Эти свойства сильномагнитных веществ объясняются наличием в них самопроизвольно намагниченных малых областей, называемых *доме́нами*. Причина их существования кроется в особенностях строения электронных оболочек их атомов. При отсутствии магнитного поля каждая область имеет своё направление вектора намагничения, и в сумме они компенсируют друг друга. При наложении внешнего поля доме́ны ориентируются по его направлению, создавая суммарное добавочное поле, более сильное, чем поле, которое может создать ориентация отдельных атомов.

Сохранение намагниченности с точки зрения доме́нной структуры объясняется наличием сил внутреннего трения между областями. Эти силы препятствуют изменению ориентации доменов и называются *коэрцитивными*. Для их преодоления образец следует поместить в магнитное поле, обратное по направлению к намагничивающему полю. Удары и встряхивание намагниченного вещества также приводят к дезориентации доменов, т.е. к размагничиванию.

Размеры доменов достаточно велики, и их можно наблюдать в микроскоп, если на шлифованную поверхность ферромагнетика нанести железные опилки, которые расположатся по границам доменов.

Ориентация магнитных моментов атомов в пределах одного домена для разных сплавов и соединений бывает различной. Например: моменты всех атомов одинаковы и ориентированы в одну сторону; или наоборот — моменты разнородных атомов не равны друг другу и ориентированы противоположно. Возможны и другие варианты. В зависимости от характера ориентации моментов отдельных атомов сильномагнитные вещества делят на классы: ферромагнетики, антиферромагнетики, ферримагнетики и антиферримагнетики. Самый распространённый из них — первый. И по его названию чаще всего именуют сильномагнитные вещества.

Зависимость магнитной индукции *B* от внешнего намагничивающего поля *H* для сильномагнитных веществ носит сложный характер, так как их магнитная проницаемость, в отличие от пара- и диамагнетиков, не постоянна, а зависит от



напряжённости магнитного поля. Поэтому в таблицах приводят приблизительную область значений магнитной проницаемости, а точное значение µ следует определять по *кривой намагничивания* (рис. 2.23), снятой персонально для каждой марки стали или любого другого ферромагнетика.

На приведённой кривой легко можно видеть три области, в каждой из которых быстрота возрастания внутреннего поля различна. На первом, самом коротком участке кривой происходит смещение границ доменов, ориентированных благоприятно по отношению к внешнему намагничивающему полю, и их рост (рис. 2.24) за счёт соседних доменов.

Второй участок кривой, участок наиболее интенсивного роста, связан с разворотом доменов по внешнему намагничивающему полю. И, наконец, на по-

следнем участке идёт увеличение ориентации магнитных моментов атомов внутри доменов, так называемый парапроцесс.

Важной особенностью ферромагнетиков (и всех остальных сильномагнитных веществ) является наличие *гистерезиса* — зависимости магнитной индукции не только от величины намагничивающего поля, но и от того, в каком поле он был ранее.

На рис. 2.25 вы без труда найдёте кривую намагничивания из рис. 2.23 — это кривая *0a*. Она соответствует изменению поля *B* в ферромагнетике в слу-



Рис. 2.25

чае, когда образец *впервые* попал в магнитное поле *H*. Если начать уменьшать поле *H* после того, как достигнуто насыщение поля *B*, то магнитная индукция будет спадать по другой кривой, по *ab* до значения магнитной индукции, равной *Ob*. Это — *остаточная намагниченность*, сохраняющаяся в образце и при отсутствии внешнего намагничивающего поля. В процессе размагничивания (уменьшения поля) тем же значениям *H* соответствуют бо́льшие значения индукции *B*.

Чтобы снять остаточную намагниченность, нужно наложить на образец поле, противоположное по отношению к первоначальному направлению. При напряжённости этого поля, равной  $\partial c$ , магнитная индукция становится равной нулю. Напряжённость  $\partial c$  называется коэрцитивной силой.

При дальнейшем возрастании внешнего поля процесс намагничивания повторяется в обратном направлении. В точке a' вновь наступает насыщение, при котором ориентация самих доменов и атомов внутри них уже увеличиваться не может. При уменьшении H процесс изменения магнитной индукции повторяется (кривая a'b'c'a), петля гистерезиса замыкается. В результате явления гистерезиса одному и тому же значению напряжённости H будет соответствовать два значения магнитной индукции B (см. рис. 2.25).

Для каждого вещества характерна своя петля гистерезиса. Принято различать мягкие (а) и жёсткие (б) магнитные материалы, гистерезисы которых показаны на рис. 2.26. У мягких магнитных материалов коэрцитивная сила невелика, поэтому из них делают сердечники трансформаторов, электромоторов, т.е. используют там, где необходимо быстрое перемагничивание. Жёсткие материалы размагничиваются трудно и поэтому используются для изготовления постоянных магнитов.



Рис. 2.26

В настоящее время в качестве магнитных материалов наряду с кристаллическими веществами применяются *аморфные магнетики*. Иначе их еще называют *металлическими стеклами*. Это сплавы и металлы, не имеющие кристаллической структуры, аморфные. Их химический состав эквивалентен обычным, хорошо известным сплавам. Кристаллическая структура в аморфных металлах отсутствует из–за особенностей их перехода в твёрдое состояние из расплава: при очень быстром охлаждении (~ 1000 K/c) кристаллическая решётка не успевает образоваться. Такие скорости охлаждения достижимы только в очень тонком слое, поэтому аморфные металлы получают исключительно в виде ленты толщиной до 0,05 мм.

Особенности магнитных свойств аморфных сплавов хорошо заметны на петлях гистерезиса, представленных на рис. 2.27: а) для сплава *Fe-P-C*, б) для



Рис. 2.27

*Со-Р*. Первый сплав может быть использован в качестве ячейки памяти: у него большая остаточная намагниченность и совсем нет коэрцитивной силы, что позволяет без затраты энергии стереть прежнюю информацию и записать новую. Сплав *Со-Р* лишен и остаточной намагниченности и коэрцитивной силы. Усиление же магнитного поля в его присутствии существенно. Этот сплав, использованный в качестве сердечника трансформатора, исключает потери энергии на перемагничивание.

Здесь уместно коснуться еще одного вопроса, вернувшись к параграфу 2.5, рис. 2.15 и уравнениям (2.31). Ясно, что механический момент импульса  $\vec{L}$  и магнитный момент  $\vec{M}_m$  возникают одновременно при вращении заряженного тела. Эта их органическая связь лежит в основе магнитомеханических явлений. Примерами могут служить описанный выше опыт Эйнштейна — de-Гааза, когда ориентация магнитных моментов атомов во внешнем поле приводит к повороту ферромагнитного стержня, и эффект Барнетта — намагничивание ферромагнетиков при их вращении в отсутствии магнитного поля.

Глубокая внутренняя связь магнитных и механических явлений особенно ярко проявляется в ферромагнетиках. Связь эта, пока чисто эмпирическая, получила применение на практике. Созданы *магнитные дефектоскопы*, которые по изменению магнитной проницаемости дают возможность судить о механических дефектах материала. Эта связь проявилась и в аморфных металлах. Их уникальные магнитные свойства сопровождаются и уникальными механическими свойствами — прочность металлических стекол в десятки тысяч раз больше прочности этих же марок сталей, но имеющих кристаллическую структуру, т.е. получаемая в опытах прочность близка к теоретической.

# Ш. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

# 3.1. Корпускулярные свойства света при фотоэффекте

Открытие широко используемого теперь явления *фотоэффекта* следует отнести к 1887 году, когда Генрих Герц обнаружил, что освещение ультрафиолетовыми лучами искрового промежутка, находящегося под напряжением, приводит к проскакиванию искры. Наблюдалось это только при освещении отрицательного электрода, а при освещении положительного электрода для образования искры нужно было увеличить напряжение. Позднее это явление подробно исследовали независимо друг от друга А.Г. Столетов (1888) и Ф. Ленард (1899). Первое теоретическое объяснение фотоэффекта дал А. Эйнштейн (1905).

Внешний фотоэффект заключается в выбивании электронов с поверхности металла при его освещении. Внутренний фотоэффект наблюдается в полупроводниках и диэлектриках. При нём электрон, отщеплённый от атома под действием света, остаётся внутри вещества.

Для наблюдения внешнего фотоэффекта нужно иметь *фотоэлемент* — откачанный стеклянный баллон с двумя электродами, и очень чувствительный гальванометр (рис. 3.1). Один из электродов — катод, выполненный в виде пластины, которая может быть и вогнутой, нужно осветить. Электроны, выбитые светом с поверхности пластины, будут иметь произвольно направленные скорости, как показано на рис. 3.1. Небольшая часть этих электронов попадёт на второй электрод — анод, выполненный в виде сетки либо шарика (такая форма электрода выбирается для того, чтобы не мешать прохождению света). Если к









электродам подключить гальванометр (микроамперметр), он зафиксирует возникновение небольшого *нулевого тока*  $i_0$ .

Схему опыта можно несколько изменить, подав на анод положительный потенциал (рис. 3.2). Тогда выбитые электроны получат под действием электрического поля преимущественное направление движения к аноду. Число попавших

на него электронов будет тем больше, чем большее напряжение приложено к фотоэлементу. Меняя подаваемое на электроды напряжение *U*, проследим *первую закономерность фотоэффекта* — зависимость силы *фототока* от напряжения. Возрастание напряжения приводит к постепенному увеличению силы тока через фотоэлемент за счёт упорядочения движения выбитых электронов (рис. 3.3). Всё большее их число притягивается анодом. При некотором значении



напряжения все выбиваемые светом электроны будут попадать на анод, и дальнейший рост напряжения уже не приведёт к увеличению тока. Он достигнет насыщения. На рис. 3.3 сила *тока насыщения* обозначена *i*<sub>н</sub>.

Если к устройству приложить поле противоположного направления, подключив к катоду плюс батареи, а к аноду — минус, то движение выбитых электронов будет тормозиться, и до анода дойдёт меньшее число электронов, чем при U = 0. Сила тока с ростом замедляющего напряжения будет уменьшаться, и когда даже самые быстрые электроны не смогут пробиться к аноду, станет равна нулю. В этом случае их кинетическая энергия вся пойдёт на работу против сил поля:

$$\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} = eU_3. \tag{3.1}$$

Здесь  $\upsilon_{max}$  — наибольшая скорость выбитых электронов;  $U_3$  — запирающее напряжение, то есть наименьшее отрицательное напряжение, при котором ток фотоэлемента равен нулю. Иногда его называют задерживающим потенциалом.

Кривая зависимости фототока от напряжения носит название вольтамперной характеристики и имеет три характерных параметра: ток насыщения  $i_{\rm H}$ , нулевой ток  $i_0$  и запирающее напряжение  $U_3$ , которые изменяются при изменении интенсивности и частоты падающего света.

Изменение интенсивности света I при постоянстве его частоты легко осуществить, приближая или удаляя источник света. Сила фототока при этом будет

меняться: чем бо́льшую энергию принесёт свет, тем большее число электронов будет выбито с поверхности пластины. Измерения, впервые проведённые Столетовым, показали, что фототок возрастает с увеличением интенсивности, а сила тока насыщения прямо пропорциональна интенсивности света. Зависимость  $i_{\rm H}$  от интенсивности I упавшего на катод света представлена на рис. 3.4. Она выражает вторую из изучаемых закономерностей фотоэффекта.



Третья закономерность несколько сложнее. Увеличение интенсивности света приводит к возрастанию фототока во всем диапазоне напряжений, включая и замедляющее поле. На рис. 3.3 вольтамперная характеристика, снятая при бо́льшей интенсивности света, показана пунктиром. Но, как показали точные измерения Ф. Ленарда, увеличение интенсивности падающего света не влияет на величину запирающего напряжения, т.е. электроны покидают металл с прежней скоростью. Независимость запирающего напряжения от интенсивности света и есть *третья* закономерность фотоэффекта.

С позиций максвелловской теории, оправдавшей себя в многочисленных опытах, интенсивность света определяется квадратами напряжённостей электрического и магнитного полей, принесённых светом. Согласно закону сохранения энергии, именно за счёт поглощения энергии волны электрон вырывается из металла, преодолевая удерживающие его там силы, и приобретает кинетическую энергию. Обозначив поглощённую электроном энергию *W*<sub>1</sub>, получим

$$W_1 = A + \frac{mv^2}{2}.$$
 (3.2)

Через *А* в этом равенстве обозначена *работа выхода* электрона, которая зависит не только от металла, но и от подложки, на которую он нанесён. У чистых металлов работа выхода от 2 до 5 эВ.

Увеличение энергии W упавшей на вещество волны должно привести не только к увеличению числа выбитых электронов (возрастанию тока), но и, согласно (3.2), к увеличению их кинетической энергии, а значит и запирающего напряжения  $U_3$ . Наблюдающееся в опыте постоянство  $U_3$  с изменением интенсивности света совершенно непонятно с точки зрения электромагнитной теории Максвелла. Представления о свете как об электромагнит-

ной волне позволяют, таким образом, объяснить первую и вторую закономерности фотоэффекта, но вызывают затруднения в объяснении третьей закономерности.

Опыты Столетова также показали, что изменение частоты света (при неизменной, разумеется, интенсивности) не влияет на величину фототока. Но при достижении некоторой *граничной частоты*  $v_0$ , которая имеет различные значения для разных металлов, фототок вообще



прекращался, т. е. электроны не выходили из металла даже при очень ярком освещении (рис. 3.5). Наличие граничной частоты (*красной границы фотоэффек-та*  $\lambda_0 = c/v_0$ ) — четвёртая закономерность фотоэффекта.

Опыты также показали, что изменение частоты света влияет на запирающее

напряжение. Чем больше частота, тем больше  $U_3$ . Экспериментальная зависимость запирающего напряжения от частоты света представлена на рис. 3.6, из которого следует, что при увеличении частоты линейно возрастает и запирающее напряжение. Левая прямая получена для фотоэлемента, у которого катод выполнен из цезия. У второго фотоэлемента материал катода — серебро. (Обратите внимание — угол



наклона графиков один и тот же)! Равенство нулю задерживающего потенциала означает (см. выражение (3.1)), что при определённой частоте, характерной для каждого металла, электроны, вырванные с его поверхности, обладают нулевой скоростью. Энергии света хватило лишь на то, чтобы преодолеть силы, связывающие его с металлом, сделать его свободным. Сообщить электрону скорость свет уже не смог. Частота  $v_0$ , при которой  $U_3 = 0$  и есть граничная частота фотоэффекта. С частотой падающего света связаны, таким образом, две последние закономерности фотоэффекта. Они не могут быть поняты на основе волновых представлений о свете, поскольку энергия волны от частоты не зависит.

Объяснить все закономерности фотоэффекта, включая существование его граничной частоты, можно лишь на основе новых, квантовых представлениях о свете, которые развил А. Эйнштейн. Он опирался на гипотезу квантов, введённую Планком для объяснения законов теплового излучения. Согласно последней свет рождается порциями, величина которых определяется частотой излучения. В дальнейшем свет ведёт себя как электромагнитная волна, что доказывается наблюдением дифракции, интерференции, поляризации. Эйнштейн счёл необходимым признать, что свет не только рождается квантами, но и распространяется, и взаимодействует с электронами и атомами вещества как поток частиц, энергия которых определена в (1.42). Интенсивность света определяется числом  $N_1$  квантов, падающих на единицу поверхности за единицу времени: для монохроматического света  $I = N_1 hv$ . Чем больше квантов, тем большее число электронов выбивает свет с поверхности металла, и тем больше фототок *i*. Если принять, что один квант выбивает один электрон, то, согласно Эйнштейну, энергия кванта распределяется следующим образом:

$$hv = A + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \qquad (3.3)$$

где  $\upsilon_{\text{max}}$  — наибольшая скорость фотоэлектронов. Ясно, что с уменьшением частоты может меняться лишь кинетическая энергия выбитого электрона. При равенстве её нулю энергии кванта достаточно лишь для сообщения работы выхода *A*, т.е. соответствующая граничной частоте минимально необходимая энергия кванта *h* $\nu_0 = A$ .

Уравнение (3.3) получило название уравнения Эйнштейна. Оно не только объясняет существование красной границы фотоэффекта. Величина кинетической энергии, а значит и задерживающий потенциал  $U_3$  оказываются линейной функцией частоты, что соответствует опытным фактам. Работы Эйнштейна по фотоэффекту привели к необходимости признать волновые представления о свете неполными, требующими дополнения.

### 3.2. Эффект Комптона. Двойственная природа света

Понятие кванта света входило в физику постепенно. Введённый в 1901 году Планком, он не был сразу же применён для объяснения уже известных тогда законов фотоэффекта. Для этого потребовались годы осмысления нового понятия, противоречащего установившимся представлениям. Лишь в 1905 году Эйнштейн с присущей ему смелостью не только применил идею кванта к процессу взаимодействия света с веществом, но и ввёл дополнительное предположение: испущенный квант вплоть до его поглощения сохраняется в виде частицы, имеющей массу, которую нетрудно найти из известного соотношения теории относительности (5.48) [15], связывающего массу и энергию:

$$E_{\kappa} = mc^2 - m_0 c^2$$
  $H = mc^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$  (3.4)

Здесь E — полная энергия, m — масса,  $E_{\kappa}$  — кинетическая энергия, p — импульс частицы. Для кванта света масса покоя  $m_0 = 0$ , поскольку он исчезает, перестаёт существовать, как только движение его тормозится. При этом он может, при достаточной энергии, превратиться в позитрон и электрон (см. рис. 2.12 в). За-менив энергию в (3.4) через  $h_{V}$ , можно вычислить массу той частицы, с движением которой связано распространение света, имеющего частоту V:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}.$$
(3.5)

Последнее выражение содержит принципиально новое представление о свете, совмещая его корпускулярные свойства (массу) с волновыми свойствами (частотой). А. Эйнштейну за объяснение законов фотоэффекта на базе этих новых представлений в 1921 г. была присуждена Нобелевская премия. Позднее для кванта электромагнитного излучения любой частоты был принят термин *фотон* (Г. Льюис, 1929). Но до этого нужно было ещё доказать, что частица света обладает не только энергией, но и векторной характеристикой — импульсом.

Окончательный шаг в признании факта существования частиц света был сделан американским физиком А. Комптоном. Изучая рассеяние рентгеновских лучей, прошедших сквозь слой вещества (в первых опытах это был парафин), он заметил, что рассеянные лучи имеют *меньшую частоту*, чем упавшие на образец. При рассеянии видимых лучей это явление не имеет места: частота света при прохождении сквозь вещество не изменяется. Эффект Комптона является одной из причин поглощения рентгеновских лучей веществом (см. рис. 2.12 б).

Для объяснения открытого им эффекта Комптон предположил, что фотон обладает импульсом, как и любая обычная частица. Импульс фотона, согласно определению этой величины, равен *mc* — произведению массы на скорость. Подставив массу фотона из (3.5), получим, что импульс фотона

$$p = \frac{h\nu}{c},$$
 или  $p = \frac{h}{\lambda}.$  (3.6)

При столкновении с электроном фотон может передать ему часть своей энергии и импульса. Уменьшение энергии фотона в результате столкновения приводит к уменьшению его частоты. Электрон в результате столкновения с фотоном приобретает кинетическую энергию  $E_{\kappa}$  и *импульс отдачи*  $p_e$  (рис. 3.7а).





Рис. 3.7

Применив к столкновению фотона с покоящимся электроном законы сохранения импульса и энергии (абсолютно упругий удар):

$$\vec{p}_{\phi} = \vec{p}_{\phi}' + \vec{p}_e; \qquad h\nu = h\nu' + E_{\kappa}, \tag{3.7}$$

Комптон рассчитал изменение длины волны при отклонении фотона на произвольный угол α:

$$\Delta \lambda = \Lambda_{\rm K} (1 - \cos \alpha), \tag{3.8}$$

где  $\Lambda_{\rm K}$  — комптоновская длина волны — некоторая постоянная, измеренное значение которой равно 2,42·10<sup>-12</sup> м.

Используя законы сохранения (3.7), найдём изменение длины волны для простого случая, когда угол рассеяния α = 90° (рис. 3.76). По теореме Пифагора

$$p^{2} = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^{2} + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^{2}.$$
(3.9)

Кинетическая энергия электрона (3.4) должна быть равна изменению энергии кванта в процессе рассеяния:

$$\sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} - m_0 c^2 = h v - h v'.$$
(3.10)

Если выразить из этого равенства  $p^2$  и подставить в (3.9), после элементарных преобразований получается, что  $\frac{1}{v'} - \frac{1}{v} = \frac{h}{m_0 c^2}$ . Заменяя частоту длиной

волны  $\lambda = \frac{c}{v}$ , получаем выражение для разности длин волн

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c},\tag{3.11}$$

то есть длина волны рентгеновских лучей, рассеянных под прямым углом, возрастает на величину  $\frac{h}{m_0 c} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,42 \cdot 10^{-12}$  м, что в точности совпа-

дает с экспериментальным значением комптоновской длины волны  $\Lambda_{\rm K}$  из уравнения (3.8).

Только после того, как опыты привели к необходимости признания того, что частица света, помимо массы, обладает ещё и импульсом, в физике окончательно утвердилось представление о правомочности корпускулярных представлений о свете.

Успехи корпускулярной теории в объяснении закономерностей фотоэффекта и эффекта Комптона и невозможность трактовки их с точки зрения электромагнитной теории не дают, тем не менее, оснований отмести прежние представления о свете. Взгляд на свет как на электромагнитную волну также подтверждён опытами, проведёнными как до Максвелловской гипотезы, так и после её опубликования. Квантовые же представления не в состоянии объяснить дифракцию, интерференцию, поляризацию, зависимость этих и других явлений от магнитных и электрических свойств вещества.

В результате приходится признать, что свет имеет двойственную природу: это и электромагнитная волна, и поток частиц. Но одновременно, в одном опыте оба эти качества света не проявляются. Последнее положение было выдвинуто Бором и носит название принципа дополнительности. Согласно ему, в конкретном опыте могут проявиться либо волновые, либо квантовые свойства света, но вместе — никогда. К волновому и корпускулярному описанию нужно относится как к равноправным и дополняющим друг друга точкам зрения на один тот же объект. Бор имел в виду следующее: если эксперимент объясняется корпускулярными представлениями, то ни при каких условиях нам не удастся доказать, что явление носит волновой характер. Верно и обратное утверждение. Какое из двух свойств света проявится в конкретном явлении, зависит от соотношения размеров d объекта и длины волны  $\lambda$  взаимодействующего с ним света. При  $d \sim \lambda$  проявятся волновые свойства, а при  $d \ll \lambda$  — квантовые свойства света.

# 3.3. Гипотеза де-Бройля. Её опытное обоснование

В 1924 году молодой французский физик Луи де-Бройль, анализируя сложившуюся ситуацию во взглядах на свет, пришел к мысли о возможности существования подобного же дуализма в свойствах частиц. Он писал: «...мы столетиями пренебрегали корпускулярными свойствами света и считали свет только волной. Не делаем ли мы подобной же ошибки в отношении частиц, не слишком ли много мы говорим о частице, и не забываем ли мы, что частица может быть волной?» [6]. Де-Бройль считал, что природе свойственна симметричность и двойственной природе света должна соответствовать двойственная природа вещества. Значит уравнение (3.6) должно быть справедливым и для частиц:

$$\lambda = \frac{h}{p},\tag{3.12}$$

где  $\lambda$  — длина волны де Бройля, а  $p = m_0$  — импульс движущейся частицы.

Никаких экспериментальных свидетельств в пользу этого предположения не существовало. Но Поль Ланжевен, научный руководитель Луи де-Бройля, тем не менее, счёл его идеи заслуживающими внимания и допустил его диссертацию к защите, которая прошла успешно. Идеи, высказанные де Бройлем, были весьма актуальны. Кстати, Эйнштейн считал, что самым убедительным доказательством смелой гипотезы будет обнаружение у электронов дифракции. В 1927 году американские физики Дэвиссон и Джермер, наблюдая рассеяние электро-

нов при отражении их от никелевой пластинки, обнаружили необычные явления, которые можно было объяснить только дифракцией.

На рис. 3.8 изображена схема установки по наблюдению рассеяния потока электронов, ускоренных разностью потенциалов *U*, приложенной между накаливаемым катодом и анодом. Элек-



троны, прошедшие эту разность потенциалов, получают за счёт работы поля кинетическую энергию

(3.13)

(3.14)

Падая на никелевую пластинку, они отражаются под разными углами. Подвижный коллектор электронов — стакан Фарадея — мог быть установлен так, чтобы в него попадали электроны, отражённые от пластинки под строго определенным углом  $\varphi$ . Соединив коллектор с землей через гальванометр, можно было измерять ток *i*, создаваемый попавшими в коллектор электронами. Очевидно, что возрастание напряжения *U* должно было привести к возрастанию тока *i* за счёт растущего числа электронов, притянутых анодом. Соответствующая этому линия показана на рис. 3.9 пунктиром.

К своему удивлению, авторы эксперимента наблюдали не монотонное возрастание тока, а периодически меняющееся, имеющее то максимумы, то минимумы. Такая зависимость может быть объяснена дифракцией: если кристаллическая решетка никеля является для электронов дифракционной решеткой, то при фиксированном угле отклонения α левая часть уравнения (3.14) будет постоянной:



$$d\sin\alpha = k\lambda$$
.

Тогда в правой части возрастанию порядка спектра k должно соответствовать уменьшение длины волны. Полагая k = 1, 2, 3 и т. д. можно было рассчитать длины волн  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и т. д., соответствующие наблюдаемым максимумам силы тока.

Есть и второй путь расчёта этих же длин волн — из уравнения де Бройля (3.12). Кривая рис. 3.9 даёт возможность определить те значения напряжения, которые соответствуют максимумам тока. А уравнения (3.12) и (3.13) позволяют связать с ними и длину волны

Найденные по (3.15) длины волн  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  очень точно совпали с теми, что были рассчитаны по формуле дифракционной решетки (3.14). Позднее подобные эксперименты были проведены для протонов, и тоже показали удивительное совпадение опытных (3.14) и теоретических (3.15) значений  $\lambda$ .

Волновые свойства электронов не только доказаны экспериментом. Они используются, к примеру, в электронных микроскопах.

По (3.15) можно убедиться, что длина волны электрона, ускоренного разностью потенциалов 100 В, составляет примерно  $10^{-10}$  м, т. е. 1 ангстрем. Это в четыреста раз меньше длины световой волны. Значит, используя волны, связанные с пучком летящих электронов, можно получить микроскоп, позволяющий видеть предметы в 400 раз более мелкие, чем те, которые мы рассматриваем в обычный микроскоп (вспомните дифракционные ограничения на разр ешающую силу объектива из параграфа 1.9). В электронном микроскопе электрическим и магнитным полям придана такая форма, что прошедший сквозь них параллельный пучок электронов собирается в определённой точке — фокусе. Эти поля называются электронными линзами, поскольку они фокусируют электроны подобно тому, как обычные линзы фокусируют световые лучи. Явления, наблюдаемые в обычной (геометрической) оптике, имеют аналог и в электронной. Электронное изображение превращается в видимое с помощью флюоресцирующего экрана.

Интересно также отметить, что гипотеза де-Бройля позволяет получить первый Боровский постулат как следствие того, что на стационарной орбите укладывается целое число волн де-Бройля:  $2\pi r = n\lambda$ . Если вместо  $\lambda$  подставить её значение из (3.12), получим

$$2\pi r = n \frac{h}{mv} \quad \text{w mor} = n \frac{h}{2\pi}. \tag{3.16}$$

Иначе говоря, первый Боровский постулат оказывается следствием волновой природы электронов.

# 3.4. Принцип неопределённости. Соотношение неопределённостей

После подтверждения волновых свойств частиц стало очевидным, что двойственная природа присуща любому объекту микромира, закономерности в котором поэтому должны быть принципиально иными, нежели в макромире.

Раздел физики, занимающийся изучением поведения объектов, обладающих двойственной природой, носит название *квантовой механики* (в зарубежной литературе принято название волновая механика). Подход к изучению физических явлений и язык квантовой механики существенно отличаются от привычных для нас классических представлений.

Классическая физика рассматривает явления, которые объясняются привычными, наглядными понятиями. Так, с движением корпускулы мы неразрывно связываем предположение, что она всегда обладает строго определённым импульсом и находится в строго определённой точке, т. е. имеет траекторию, точно заданную её законом движения. Покажем, что в квантовой механике точное определение координаты и соответствующего ей импульса невозможно. Это положение получило название принципа неопределённости.

Пусть мы хотим определить положение электрона оптическим путём, т. е. освещая его и наблюдая отражённый от него (рассеянный им) свет. Ясно, что из–за малости объекта мы должны использовать как можно более короткие волны, которые имеют, следовательно, кванты с большими энергией  $h\nu$  и импульсом  $h/\lambda$ . Поэтому взаимодействие такого фотона с электроном приведёт к тому, что электрон получит значительную отдачу (см. рис. 3.7). То есть, пытаясь оп-

ределить координату электрона, мы неизбежно изменим его импульс. Координата при этом также будет измерена с ошибкой порядка длины волны:  $\Delta x \cong \lambda$ .

Связь, которая существует между ошибкой в определении координаты и ошибкой в определении импульса носит название *соотношения неопредёленностей*. Установим это соотношение, рассмотрев следующий опыт (рис. 3.10):



Рис. 3.10

Пусть электрон испытывает на узкой щели шириной  $\Delta x$  дифракцию, отклонившись на угол  $\alpha$ . Это явление описывается волновыми представлениями. Из главы, посвящённой дифракции света, известно условие минимумов при дифракции света на одной щели:

$$\Delta x \sin \alpha = k \lambda \,. \tag{3.17}$$

Выразив длину волны электрона через импульс по формуле де Бройля (3.12), и оставив только наименьшее значение *k*, получим

$$\Delta x \sin \alpha \ge \frac{h}{p}, \qquad (3.18)$$

где p — импульс частицы, отклонившейся от прямого пути на угол  $\alpha$ . Знак равенства относится к случаю минимального k = 1, знак "больше" — ко всем остальным k = 2, 3, 4, ... При отклонении частица должна была получить дополнительный импульс  $\Delta p_x$ , который может быть найден лишь приблизительно и вот почему. Переходя к описанию отклонения (дифракции) электрона как частицы, обладающей импульсом, мы можем утверждать, что электрон *проник* через щель, но в какой именно точке — мы не знаем. Поэтому ширина щели и есть для электрона неопределённость по координате. В связи с этим изменение импульса  $\Delta p_x$  тоже точно не определимо: если электрон проходит возле верхнего края щели, то для попадания его в какую-либо точку экрана изменение импульса должно быть меньше, чем для электрона, прошедшего возле нижнего края и попавшего в ту же точку. Из рис. 3.10 следует:

$$\sin \alpha = \frac{\Delta p_x}{p}$$
, тогда  $\Delta p_x \Delta x \cong h.$  (3.19)

Полученное соотношение приблизительно потому, что при выводе его использован какой-то средний угол  $\alpha$ , которому соответствует тоже среднее значение  $\Delta p_x$ . Ширина щели  $\Delta x$  характеризует неопределённость положения электрона: он проник через щель, а в какой именно точке — неизвестно. Точная величина дополнительного импульса нам также неизвестна. Поэтому  $\Delta x$  и называется неопределённостью по координате x (ошибкой в её определении), а  $\Delta p_x$  неопределённостью по импульсу (ошибкой в его определении) в проекции на эту координату. Связь между двумя неопределённостями называют соотношением неопределённостей Гейзенберга для координаты и импульса, по имени немецкого ученого, давшего вывод этого соотношения. Приведённые нами выше рассуждения нельзя считать выводом этого соотношения. Они дают ему только некоторое обоснование. Точный вывод даёт почти такое же соотношение:

$$\Delta x \Delta p_x \ge \frac{h}{2\pi} \,. \tag{3.20}$$

Физические величины, для которых существует соотношение неопределённостей, называются *сопряжёнными*, то есть координата и импульс частицы сопряжённые величины. Ещё одна пара сопряжённых величин — это энергия и время. Соотношение неопределённостей для энергии и времени легко получить из (3.20) на примере фотона, у которого  $\upsilon = c$  и p = mc:

$$\Delta x \Delta(mc) \ge \frac{h}{2\pi}; \quad (c\Delta t)\Delta(mc) = \Delta(mc^2)\Delta t \ge \frac{h}{2\pi}. \tag{3.21}$$

Так как  $mc^2 = E$  — энергии фотона, то *соотношение неопределённостей для* энергии и времени примет вид

$$\Delta E \Delta t \ge \hbar \,. \tag{3.22}$$

Как следует из представленных выводов, соотношение неопределённостей можно получить, *совмещая корпускулярные и волновые представления*. Оно имеет практическое значение лишь в квантовой механике, где увеличение точности в определении, например координаты частицы по (3.20) приводит к возрастанию ошибки в определении импульса, и наоборот. В тех случаях, когда можно пренебречь неопределённостями по сравнению с абсолютными значениями сопряжённых величин, для описания поведения частицы можно пользоваться классическими законами.

Рассмотрим пример. Пусть в электронно-лучевой трубке летят электроны, ускоренные разностью потенциалов в 1000 В. Будет их движение описываться квантовыми законами, или классическими? Скорость частицы в этом случае может быть определена с точностью до десятых долей процента. Вычислив ско-

рость  $\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1, 6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{9, 1 \cdot 10^{-31}}} \approx 1, 7 \cdot 10^7$  м/с, получим, что её погрешность  $\Delta \upsilon = \upsilon \cdot 0, 1\% = \upsilon \cdot 10^{-3} \cong 2 \cdot 10^4$  м/с. Тогда неопределённость в координате  $\Delta x = \frac{h}{m\Delta v_x} = \frac{6, 6 \cdot 10^{-34}}{9, 1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^4} \approx 3 \cdot 10^{-6}$  м, т. е. координата в направлении скорости

может быть определена с точностью около трёх микрон, почти на пределе возможностей доступных нам средств измерения. Электроны в условиях этой задачи можно считать классическими, поскольку для них можно очень точно задать скорость и достаточно точно — координату.

Соотношение неопределённостей служит критерием того, какие законы применимы к частице в определённых условиях — квантовые или классические. Естественно, чтобы судить, велика неопределённость или мала, следует указывать не абсолютное, а относительное её значение:  $\Delta x/x$ , либо  $\Delta p/p$ . Другие конкретные примеры использования этого важного соотношения отнесём, за недостатком места, на практические занятия.

### 3.5. Понятие о волновой функции

Приведённые выше выводы и примеры показывают, что использование привычного для нас способа описания состояния частицы с помощью импульса и координаты оказывается в квантовой механике невозможным из-за принципа неопределённости. Нужен другой способ описания, учитывающий волновые свойства частицы. Двойственная природа частиц позволяет заменить *механический процесс движения* частицы сопряжённым с ним процессом распространения волны. Оставим пока в стороне вопрос, о какой волне идёт речь и как конкретно её представить. Вспомним для начала, на примере известных нам волн, как и чем задаётся волновое движение.

Волновое движение — это *периодическое* (колебательное) движение, распространяющееся от точки к точке в непрерывном пространстве. Поэтому оно описывается периодической функцией времени *t* и координаты *l*. Если речь идёт о *механической волне*, то функцией этих величин является смещение из положения равновесия

$$x = x_m \sin \omega \left( t - \frac{l}{\upsilon} \right). \tag{3.23}$$

Если мы рассматриваем электромагнитную волну, то периодической функцией времени *t* и координаты *l* будут напряжённости электрического и магнитного полей:

$$E = E_m \sin \omega \left( t - \frac{l}{\upsilon} \right); \qquad H = H_m \sin \omega \left( t - \frac{l}{\upsilon} \right). \tag{3.24}$$

Для описания периодического движения мы используем функцию синуса, но для этой цели может подойти и любая другая периодическая функция. Поскольку в приведённых уравнениях механической и электромагнитной волн изменяющиеся величины x, E, H аналогичны друг другу по характеру их зависимости от t и l, они имеют общее название — волновая функция.

Таким образом, для любого волнового процесса должна существовать волновая функция, физический смысл которой зависит от того, какова природа волны. Если это электромагнитная волна, то волновая функция имеет смысл напряжённости и т.д.

Волновые функции имеют ещё одно характерное свойство: квадрат амплитудного (максимального) значения функции определяет плотность энергии, которую несёт с собой каждая волна. Нам хорошо известны приведённые ниже соотношения, где w = dW/dV — энергия единицы объёма, т.е. объёмная плотность энергии электрической, магнитной и, наконец, механической волны:

$$w = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E_m^2}{2}; \quad w = \frac{\mu \mu_0 H_m^2}{2}; \quad w = \frac{k x_m^2}{2}.$$
(3.25)

Эти соотношения сейчас интересны для нас тем, что волна, с распространением которой связан механический процесс движения частицы, несёт с собой энергию, которая не зависит от того, какими свойствами в данных условиях обладает

объект — корпускулярными или волновыми. Если корпускулярными, то dW есть энергия той частицы, которая находится в объёме dV. Но из-за принципа неопределённости мы не можем точно знать, есть ли частица в объёме dV, так как неопределённость  $\Delta x$  по координате может быть больше линейного размера этого объёма (рис. 3.11). Однако мы можем утверждать, что имеется некоторая вероятность того, что частица находится в объёме dV. Если вероятность dZ обнаружить час-



Рис. 3.11.

тицу в этом объёме стремится к нулю, то и плотность энергии тоже равна нулю. Иначе говоря,

плотность энергии, связанной с движением частицы, пропорциональна вероятности нахождения частицы в единице объёма:

$$w \sim \frac{dZ}{dV}.$$
 (3.26)

Естественно знак равенства здесь ставить нельзя, поскольку *w* зависит еще и от той энергии, которую несёт с собой частица.

Рассматривая же волну, связанную с движением микрочастицы, мы можем утверждать, что эта же плотность энергии пропорциональна квадрату амплитудного значения той волновой функции, которая описывает эту волну. Введём для этой волновой функции обозначение  $\psi$ . Физический смысл  $\psi$ , в отличие от известных нам волновых функций, нам пока не ясен, но мы можем утверждать, что плотность переносимой волной энергии пропорциональна квадрату её амплитуды:  $w \sim \psi_m^2$ .

Получается, что одна и та же величина w пропорциональна с одной стороны вероятности dZ/dV, а с другой — квадрату амплитуды волновой функции. Естественно предположить, что эти величины связаны друг с другом и есть основание записать:

$$\frac{dZ}{dV} = \psi_m^2 \qquad \text{if} \qquad dZ = \psi_m^2 dV. \tag{3.27}$$

Здесь необходимо ввести разъяснение: вероятность dZ, определяемая по (3.27), будет максимально возможной, и не будет зависеть от переменных t и l, поскольку она пропорциональна амплитудному значению волновой функции. Такое положение не представляется верным, поскольку вероятность появления частицы в различных точках явно неодинакова. Поэтому будем считать, что вероятность пропорциональна квадрату не амплитуды, а квадрату текущего значения волновой функции  $\psi(l,t)$ :

$$dZ = \psi^2 dV. \tag{3.28}$$

В этом случае вероятность обнаружить частицу в элементе объёма будет меняться с изменением координаты и времени. Последнее равенство можно взять за основу трактовки физического смысла введённой выше волновой функции у:

Квадрат волновой функции определяет собой вероятность нахождения частицы в единице объёма.

Теперь мы можем утверждать, что с механическим движением частицы связано распространение *волны вероятности*. Или иначе: при движении частицы вероятность её появления в том или ином элементе объёма есть периодическая функция времени и координаты. Движение частицы не задаётся траекторией, расчет которой позволяет утверждать, что частица появится в указанной области пространства в данный момент времени. В квантовой механике мы можем лишь указать, велика ли *вероятность* того, что это случится. Такая интерпретация волновых свойств частиц в настоящее время является основой квантовой механики. Её предложил немецкий учёный М. Борн в 1926 г. Математический аппарат квантовой механики хорошо разработан и очень общирен. Мы познакомимся лишь с самым его началом, в простейших его формах.

Естественно, волновую функцию  $\psi$  можно задать так же, как мы задавали известные нам функции *x*, *E* и *H*:

$$\psi = \psi_m \sin \omega \left( t - \frac{l}{\upsilon} \right), \quad \text{или} \quad \psi = \psi_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right), \quad (3.29)$$

если учесть, что  $\omega = 2\pi/T$  и  $\lambda = \upsilon T$ .

Тот факт, что физический смысл имеет не сама  $\psi$ -функция, а только её квадрат, даёт возможность использовать для выражения зависимости  $\psi$  от координаты и времени не только синус и косинус, но и удобную для операций дифференцирования и интегрирования показательную функцию:

$$\psi(l,t) = e^{-2\pi i (t/T - l/\lambda)},$$
(3.30)

которая также является периодической, поскольку её показатель содержит мнимую единицу  $i = \sqrt{-1}$ . В такой записи волновая функция не несёт никаких признаков квантово-механического подхода, поскольку описывает *только волну*.

Запишем теперь функцию  $\psi$  так, чтобы коэффициентами при её аргументах были не период и длина волны, а энергия W и импульс p, для чего умножим и поделим показатель степени на постоянную Планка h:

$$y = \psi_m e^{-\frac{2\pi i}{h} \left(\frac{th}{T} - \frac{lh}{\lambda}\right)}.$$
(3.3)

Учтём теперь, что E = hv и  $\lambda = h/p$ . Тогда, сменив знаки, получим

$$\psi = \psi_m \, e^{\frac{2\pi i}{h}} \, \varphi_{l-Et} \, . \tag{3.3}$$

Энергия и особенно импульс являются характеристиками не волны, а частицы. Введены они двумя основными соотношениями квантовой механики: энергией кванта и формулой де Бройля. Уравнение (3.32) поэтому может быть использовано лишь в квантовой механике.

## 3.6. Уравнение Шрёдингера

Решение любой задачи о движении частицы в классической механике своdumcs к расчёту траектории движения. Так, Бор, строя свою модель атома, задал электронам орбиты, а Зоммерфельд уточнил их форму. В квантовой механике такая модель исключена принципом неопределённости. Вместо траектории мы должны теперь указывать вероятность нахождения частицы в интересующей нас области пространства. Последняя же, согласно уравнению (3.28), определяется квадратом функции  $\psi$ . Чтобы определить вероятность, нужно прежде както определить функцию  $\psi$ , конкретный вид которой будет зависеть от условий, в которых находится частица.

Поскольку состояние частицы в квантовой механике задаётся волновой функцией координат и времени  $\psi(x, y, z, t)$ , то основное уравнение квантовой механики должно определять значения функции  $\psi$  в любой точке пространства и в любой момент времени. Это основное уравнение будет *волновым*, так как из него получают своё объяснение эксперименты по дифракции электронов и других микрочастиц.

(Напомним, что основным уравнением классической механики является *второй закон Ньютона*, из которого определяют координаты и импульс частицы в любой момент времени, если заданы силы и начальные условия).

*Волновым* называют дифференциальное уравнение, решением которого является функция, описывающая волну.

Такое уравнение  $\partial^2 x / \partial t^2 = \upsilon^2 (\partial^2 x / \partial l^2)$  для плоской волны было получено нами в конце 4-ой главы первой части курса лекций [15] путём двукратного дифференцирования уравнения волны  $x = x_m \cos[\omega (t - l/\upsilon) + \varphi_0]$  по времени и по координате. По аналогии можно так же получить волновое уравнение для функции  $\psi$ , дифференцируя (3.32).

Уравнение вероятностной волны (3.32) имеет некоторые особенности, поскольку включает не свойственные волне величины: энергию и импульс, связанные между собой определённым образом. Эту связь следует учесть, составляя дифференциальное уравнение.

Наиболее общий случай задаётся выражением для полной энергии *E* частицы, равной сумме её кинетической *E*<sub>к</sub> и потенциальной *U* энергий:

$$E = E_{\kappa} + U. \tag{3.33}$$

В нерелятивистском случае ( $\upsilon << c$ ) выражение для кинетической энергии можно записать в виде

$$E_{\rm \kappa} = \frac{m \upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \,. \tag{3.34}$$

Частные производные от  $\psi$  (3.32) по координате и по времени дадут возможность найти  $p^2$  и *E*. Подставив их в (3.33), получим полное *уравнение Шрёдингера*, которое будет содержать вторые производные от волновой функции  $\psi$  по времени и по координате. Однако это пространственно-временное уравнение мы рас-

сматривать не будем, ограничившись случаями, когда частица находится в стационарных (то есть не зависящих от времени) полях.

Воспользуемся уравнением (3.33) и получим более простое волновое уравнение для вероятностной волны, позволяющее решить некоторые стационарные задачи, выводы из которых необходимы для понимания основ квантовой механики. Поскольку выражение (3.34) для кинетической энергии содержит только квадрат импульса, найдём вторую производную от  $\psi$  по координате *l*, полагая время *t* постоянным:

$$\frac{d^2\psi}{dl^2} = -\frac{4\pi^2}{h^2} p^2 \psi.$$
(3.35)

Из (3.34)  $p^2 = 2mE_{\kappa}$ , тогда

$$E_{\kappa}\psi = -\frac{h^2}{8\pi^2 m} \frac{d^2\psi}{dl^2}.$$
 (3.36)

Представив кинетическую энергию как разность полной и потенциальной энергий из (3.33), заменив постоянную Планка на  $\hbar = h/2\pi$ , обозначив вторую производную  $\psi$ ", и поделив всё на коэффициент при второй производной, получим

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0.$$
(3.37)

Уравнение (3.37) носит название амплитудного или стационарного уравнения Шрёдингера. Оно даёт возможность находить  $\psi$  как функцию только одной координаты *l*, то есть для случая плоской волны. Предполагается, что от времени волновая функция не зависит (отсюда термин "стационарное").

В случае трёхмерной волны функция  $\psi$  зависит от всех трёх координат, и в уравнении Шрёдингера вторая производная по одной координате заменяется суммой частных производных по трём координатам, например, по *x*, *y* и *z*:

$$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right) + \frac{2m}{\hbar^2} \mathbf{E} - U \mathbf{\hat{y}} = 0.$$
(3.38)

Теперь перейдём к примерам использования уравнения Шрёдингера при решении конкретных задач.

### 3.7. Частица в потенциальном ящике

Из механики известно, что на практике часты случаи, когда движение тела ограничено какими-либо конкретными условиями. В этом случае тело имеет возможность двигаться лишь в ограниченном пространстве, для выхода из которого ему необходимо получить энергию, величина которой определяется конкретными условиями: шарик на дне сосуда, электрон внутри металла, частица внутри атома, внутри ядра.
Для начала рассмотрим простейший случай. Пусть при движении частицы вдоль оси l её потенциальная энергия меняется так, что в интервале от l = 0 до l = a потенциальная энергия равна нулю, а в остальных точках (l < 0 и l > a) потенциальная энергия частицы бесконечно велика (рис.3.12). График описанной нами зависимости потенциальной энергии от координаты lпредставляет собой простейшую одномерную потенциальную яму с бесконечно высокими стенами и прямоугольным дном. Такая потенциальная яма получила название *потенциального "яшика"*.



Рис. 3.12

Чтобы частица имела координату  $l \ge a$ , она должна получить бесконечно большую энергию  $U \rightarrow \infty$ . То же самое и для координат  $l \le 0$ . Поэтому вероятность встретить частицу за пределами потенциального ящика стремится к нулю, а если так, то согласно уравнению

$$dZ = \psi^2 dl \,, \tag{3.39}$$

значение функции  $\psi$  в точках l = a и l = 0 должно стремиться к нулю. Здесь мы рассматриваем поведение частицы в одномерной потенциальной яме, поэтому и элемент объема dV в формуле (3.28) заменён элементом длины dl.

Для частицы в потенциальном ящике амплитудное уравнение Шрёдингера (3.37) упрощается, поскольку у частицы, находящейся внутри ящика, потенциальная энергия *U* равна нулю:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0.$$
 (3.40)

Это дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, и решением его, как известно из курса математики, является гармоническая функция, то есть синус или косинус, а в общем случае — сумма этих функций\*<sup>1</sup>.

Таким образом, уравнение Шрёдингера (3.40) по своей структуре является дифференциальным уравнением колебаний, но не во времени, а в пространстве. Для упрощения записи заменим коэффициент при  $\psi$  в (3.40):

<sup>1</sup> Нетрудно заметить, что такой тип уравнения нам уже знаком. В первой части нашего курса лекций [15] при изучении колебаний под действием упругой силы  $F_x = -kx$  мы записывали второй закон Ньютона:  $-k x = ma_x$ ;  $\Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ .  $\Rightarrow$  (\*). Последнему уравнению удовлетворяет, например, функция  $x = x_m \sin \omega t$ , т.е. уравнение гармони-

следнему уравнению удовлетворяет, например, функция  $x = x_m \sin \omega t$ , т.е. уравнение гармонических колебаний, в чём легко убедиться, подставив её в дифференциальное уравнение (\*). В ходе подстановки выясняется, что  $\omega^2 = k/m$ .

Тогда уравнение Шрёдингера (3.40) примет вид

$$y'' + k^2 \psi = 0. \tag{3.42}$$

Решение этого уравнения ищем в виде

$$\Psi(l) = A\sin(kl) + B\cos(kl), \qquad (3.43)$$

Постоянные коэффициенты *A* и *B* найдём из граничных условий, то есть из полученных нами выше значений функции  $\psi$  на границах ящика, при l = 0 и при  $l = a: \psi(0) = 0$  и  $\psi(a) = 0$ . Подставив в общее решение (3.43) значение l = 0, будем иметь

$$\Psi(0) = A\sin(0) + B\cos(0) = 0, \qquad (3.44)$$

откуда очевидно, что коэффициент B = 0. С учётом последнего волновая функция будет содержать только синус:

$$\Psi(l) = A\sin(kl). \tag{3.45}$$

В соответствии со вторым граничным условием  $\psi$  в точке l = a должна обращаться в нуль:

$$\Psi(a) = A\sin(ka) = 0.$$
 (3.46)

Отсюда очевидно, что sin (ka) = 0, и аргумент под знаком синуса должен быть кратен  $\pi$ :  $ka = n\pi$ , где n — целое число: n = 1, 2, 3, ... Следовательно, в волновой функции, определяющей движение частицы в потенциальном ящике, k может принимать не любые, а только фиксированные значения

$$k = \frac{n\pi}{a};$$
 (*n* = 1,2,3...). (3.47)

Таким образом, решение уравнения Шредингера (3.40) для частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме — это нумерованная волновая функция

$$\psi_n = \psi_m \sin \frac{n\pi}{a} l; \qquad (n = 1, 2, 3...).$$
(3.48)

Здесь  $\psi_m = A$  — амплитуда волновой функции.

Энергию частицы легко найти из (3.41) и (3.47). Она, оказывается, тоже может принимать не любые, а лишь фиксированные значения

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2$$
, или  $E_n = \frac{\hbar^2}{8ma^2} n^2$ . (3.49)

Очевидно, что здесь  $E_n$  — кинетическая энергия частицы, находящейся в квантовом состоянии с номером n.

Энергия частицы оказывается кратной минимальной энергии  $E_1 = h^2/8ma^2$ , т.е. частица внутри потенциальной ямы может иметь энергию  $E_1$ ,  $4E_1$ ,  $9E_1$  и так далее. Таким образом, энергия частицы, находящейся в потенциальной яме, *квантована*.

Разность энергий двух соседних уровней  $\Delta E$  можно получить, если вычесть из энергии, характеризующей n+1 уровень, энергию n-го уровня:

$$\Delta E = E_1 (n+1)^2 - E_1 n^2 = E_1 (n+1)^2, \qquad (3.50)$$

то есть с увеличением *n* расстояние между соседними уровнями энергии частицы на энергетической диаграмме увеличивается (рис. 3.13). Так как минимальная энергия частицы в "ящике" обратно пропорциональна массе частицы и квадрату ширины потенциальной ямы, то при возрастании массы частицы или размера потенциальной ямы расстояние между уровнями уменьшается.

Квантование энергии, как мы уже знаем, было впервые получено Бором для частного случая — электрона внутри атома. Теперь мы получили этот же результат из более общих соображений — энергия частицы будет меняться порциями, если частица обладает волновыми свойствами и *её движение ограничено*. Это не обязательно будет электрон в атоме. Но для того, чтобы квантовый характер изменения энергии был заметен, необходимо чтобы  $\Delta E$  было достатоние водина.



точно велико — то есть при при малых массах и малых размерах ямы.

Возрастание этих параметров вместе, либо по отдельности приведут к тому, что  $\Delta E$  будет стремиться к нулю, т.е. энергия сможет принимать любые значения, что имеет место в классической физике. Новый взгляд на частицу, как на волну, позволил указать границы, до которых применима классическая физика. Здесь мы снова встречаемся с *принципом соответствия*, который был выдвинут Бором: новые законы не отвергают старые, а дополняют их, указывают границы их применения.

Теперь, используя (3.35) и (3.42) нетрудно рассчитать вероятность нахождения частицы в любой части потенциальной ямы и даже построить графики зависимости от координаты волновой функции  $\psi(l)$ , и плотности вероятности  $|\psi|^2(l)$ . Ясно, что в первом случае это будут синусоиды различного периода в зависимости от n. Во втором случае отрицательных значений на графиках быть не может, соответствующие ветви синусоид будут отражены в положительную часть графика. На рис. 3.14 представлены графики волновых функций и квадратов их модулей для двух случаев: n = 2 и n = 12. В последнем случае максимумы на кривой  $|\psi|^2 = f(l)$  расположены довольно плотно, а при  $n \to \infty$  они будут практически сливаться, поэтому вероятность встретить частицу в состоянии с  $n \to \infty$  будет одинаковой по всей ширине ямы, что имеет место в классической механике. При n = 2 это не так. Вероятность встретить частицу по краям ямы и в её центре одинакова и равна нулю, что никогда не наблюдается для классических частиц.



Рис. 3.14

#### 3.8. Атом водорода с точки зрения волновой механики

Атом водорода, имеющий один электрон, представляет для этого электрона потенциальную яму, выйти из которой электрон может лишь при затрате определенной энергии. Чтобы узнать, как ведёт себя электрон внутри атома, запишем для него уравнение Шрёдингера, решим его, то есть найдём волновую функцию  $\psi$  электрона, и по её значению определим, в каких местах атома вероятнее всего встретить электрон. В случае атома мы имеем дело с трёхмерным пространством, поэтому следует воспользоваться уравнением (3.38).

Но декартовы координаты здесь удобнее заменить сферическими, посколь-

ку атом обладает сферической симметрией и удобнее отсчитывать положение электрона относительно центра атома. В сферической (иначе — *полярной*) системе координат положение электрона однозначно определяется тремя координатами: линейной координатой r — расстоянием от ядра, и двумя угловыми координатами  $\phi$  и  $\theta$  (рис. 3.15). При переходе к сферическим координатам второй член уравнения не изменится, а сумма частных производных по *x*, *y*, *z* заменится суммой вторых производных по новым переменным:



Рис. 3.15

$$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2\partial \psi}{r\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}\right) + \frac{2m}{\hbar} \mathbf{\mathcal{E}} - U \mathbf{\widehat{\psi}} = 0.$$
(3.51)

Потенциальная энергия *U* электрона в атоме — это энергия его взаимодействия с ядром:

$$U = \int_{\infty}^{r} F_{\kappa} dr = \int_{\infty}^{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Zee}{r^2} dr = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Ze^2}{r}, \qquad (3.52)$$

где *Ze* — заряд ядра, *e* — заряд электрона. Энергия отрицательная, так как она обусловлена силами притяжения.

Чтобы решить уравнение (3.51), поступим следующим образом: положим для начала угловые координаты  $\theta$  и  $\phi$  постоянными, и найдём  $\psi$  как функцию только *r*. Затем, полагая постоянными *r* и  $\theta$ , найдём зависимость  $\psi$  от  $\phi$ , и после этого таким же способом найдём зависимость  $\psi$  от  $\theta$ . Для первого случая все производные по  $\theta$  и  $\phi$  будут равны нулю, и уравнение (3.51) примет вид

$$\left(\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2d\psi}{rdr}\right) + \frac{2m}{\hbar} \left(E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Ze^2}{r}\right) \psi = 0.$$
(3.53)

Решение его ищем подбором в виде экспоненты, предполагая, что волновая функция  $\psi$ , а, значит, и вероятность, пропорциональная  $\psi^2$ , по мере удаления от ядра убывают, стремясь в пределе к нулю:

$$\Psi = \Psi_m e^{-r/a_0}. \tag{3.54}$$

где  $a_0$  – коэффициент, имеющий размерность длины, поскольку показатель степени в экспоненте должен быть безразмерным. Если подобранное выражение действительно является решением уравнения (3.53), то подставленные в него первая и вторая производные от  $\psi$  (3.54) должны обратить его в тождество. Первая производная  $\psi' = \psi_m \frac{-1}{a_0} e^{-r/a_0} = \frac{-1}{a_0} \psi$ ; вторая производная  $\psi'' = \frac{1}{a_0^2} \psi$ .

Подставив их в (3.53), получим

$$\frac{1}{a_0^2}\psi - \frac{2}{ra_0}\psi + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi + \frac{2mZe^2}{4\pi\epsilon_0 r\hbar^2}\psi = 0.$$
(3.55)

Это равенство обратится в тождество, если коэффициенты попарно равны:

$$\frac{2}{ra_0} = \frac{2mZe^2}{4\pi\varepsilon_0 r\hbar^2}; \quad \text{или} \qquad a_0 = \frac{4\pi\hbar^2\varepsilon_0}{Ze^2m} = \frac{\hbar^2\varepsilon_0}{\pi mZe^2}, \quad (3.56)$$

что в точности соответствует выражению (2.11), полученному Бором для радиуса первой электронной орбиты. Значение полной энергии электрона на этой орбите получим, приравняв оставшиеся два коэффициента:

$$E = -\frac{\hbar^2}{2ma_0^2} = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m a_0^2},$$
(3.57)

что при подстановке сюда *a*<sup>0</sup> из (3.56) даёт выражение, совпадающее с формулой (2.12) для полной энергии электрона на первой боровской орбите.

Следует обратить внимание, что в полученных выражениях отсутствует квадрат главного квантового числа, т.е. и энергия, и радиус по этим уравнениям

могут быть найдены лишь для первой боровской орбиты. Происходит это пото-

му, что использованный выше подход является упрощённым, сделанным в обход специального математического аппарата, применение которого даёт полное совпадение с полученными ранее боровскими выражениями.

Найдя вид функции  $\psi$  (3.54) и установив смысл введённого параметра  $a_0$ , можем найти теперь те значения радиальной переменной r, при которых вероятность найти электрон в атоме будет максимальной. В рассматриваемом случае





волна будет сферической, поэтому элемент объёма  $dV = 4\pi r^2 dr$  (объём шарового слоя толщиной dr). Используя (3.28), получаем вероятность

$$dZ = \psi^2 dV = (\psi_m^2 e^{-2r/a_0}) \cdot 4\pi r^2 dr, \qquad (3.58)$$

Дифференцируя плотность вероятности dZ/dr из (3.58) по переменной r и приравнивая производную нулю, легко найти расстояние  $r_1$ , при котором вероятность принимает максимальное значение:

$$\left(-\psi_m^2 \frac{2}{a_0} e^{-2r/a_0}\right) \cdot 4\pi r_1^2 + 8\pi r_1 \cdot \left(\psi_m^2 \frac{2}{a_0} e^{-2r/a_0}\right) = 0; \implies r_1 = a_0.$$
(3.59)

Иначе говоря, вероятнее всего найти электрон на расстоянии *a*<sub>0</sub> от ядра, т.е. там, где пролегает первая бо́ровская орбита.

Мы снова встречается здесь с *принципом соответствия* Бора: в квантовой механике бо́ровская модель атома не отвергнута, а уточнена и дополнена в соответствии с принципом неопределённости, который утверждает, что точную траекторию микрочастицы указать нельзя. Можно лишь предполагать, что электрон находится где-то вблизи боровской орбиты, вероятнее всего на ней, но не исключается возможность встретить его и ближе, и дальше, чем на расстоянии *a*<sub>0</sub> от ядра.

Совокупность точек, где вероятность встретить электрон не равна нулю, принято называть электронным облаком. Плотность этого облака больше там, где больше вероятность нахождения электрона. Таким образом, судя по кривой dZ/dr = f(r), плотность электронного облака постепенно спадает по мере удаления от  $a_0$  в обе стороны (рис.3.16), то есть электронное облако не имеет чётких границ, как того и требует принцип неопределённости.

Поскольку  $\psi$  является функцией не только *r*, то вполне вероятно ожидать, что плотность электронного облака будет не одинакова при одном и том же *r*, но при различных значениях  $\theta$  и  $\phi$ , задающих ориентацию электронного облака в пространстве.

Для решения этого вопроса следует положить теперь постоянной координату *r* и исследовать поочередно две зависимости:  $\psi(\phi)$  и  $\psi(\theta)$ . Исследование первой приводит к квантованию по углу  $\phi$  и появлению орбитального квантового числа *l*. Рассмотрим более простую вторую зависимость:  $\psi = \psi(\theta)$ . Уравнение (3.51) при постоянных *r* и  $\phi$  запишется так:

$$\frac{h^2}{8\pi^2 m} \frac{1}{r} \frac{d^2 \psi}{d\theta^2} + \mathbf{E} - U \, \mathbf{\hat{y}} = 0.$$
(3.60)

Мы вновь получили уравнение, эквивалентное по своей структуре уравнению гармонических колебаний (3.37). Это позволяет искать решение в виде простейших тригонометрических функций синуса или косинуса. Вводя параметр *M*, можем записать:

$$\Psi(\theta) = \Psi_m \sin(M\theta), \quad \text{либо} \quad \Psi(\theta) = \Psi_m \cos(M\theta).$$
 (3.61)

Как обычно, допустимые значения M можно найти, подставляя функцию  $\psi(\theta)$  и её вторую производную в уравнение (3.60). Точный анализ полученных выражений вновь потребует применения специального математического аппарата, который позволит определить, когда и какую из функций (3.61) следует использовать. При этом выяснится, что параметр M может принимать не любые, а только фиксированные значения, определяемые магнитным квантовым числом  $m_l$ , которое при l = 1 может иметь три значения: единица, ноль и минус единица.

Выражение (3.61) лучше иллюстрировать диаграммой, где угол θ измеряется от оси *OZ*, как этого требует введение сферических координат (см. рис. 3.15). Очевидно также, что в случае использова-

ния функции косинуса, при  $\theta = 0 \psi$  будет максимальна, а в случае синуса она равна нулю. На рис. 3.17 показаны эти два предельных случая: амплитудное значение  $\psi_m$ в первом случае отложено под углом  $\theta = 0$ , а во втором — под углом 90° к оси *OZ*. Возможна и третья ориентация — под углом – 90° к оси *OZ*.

На рис. 3.18 приведены диаграммы, по





которым можно определить значение  $\psi$  при любом угле  $\theta$ . Эти диаграммы построены по решениям уравнения (3.61) для разных значений числа  $m_l$ . Величина



Рис. 3.18

 $\psi$ , соответствующая любому углу  $\theta$ , находится по длине отрезка *OA*. Максимальное значение волновой функции равно  $\psi_m$ .

Под каждой из приведенных диаграмм изображена соответствующая боровская орбита и показан вектор орбитального момента импульса  $\vec{L}$ . В случаях, изображённых на диаграммах а) и в), электрон вероятнее всего встретить в плоскости *XOY*, а на диаграмме б) — в плоскости *XOZ*. Вероятность встретить электрон при несколько меньших или больших углах  $\theta$  уже не равна нулю, как в модели Бора — Зоммерфельда.





Орбиты пролегают в той плоскости, где вероятность встретить электрон имеет максимум. Вновь налицо принцип соответствия. Новая волновая теория даёт более общее и подробное описание поведения электрона в атоме и не требует выдвижения постулатов (вспомним, в боровской модели их четыре!). Закономерности строения атома, аналогичные бо́ровским, получены на основе признания одного факта: волновой природы электрона. Но бо́ровская модель атома более наглядна и проста.

# 3.9. Зоны энергии. Три класса веществ

При рассмотрении свойств изолированных атомов мы убедились, что можно использовать два подхода — полуклассический подход Бора и волновой или квантовый подход. Поскольку их выводы близки друг к другу, то на основе бо́ровских представлений *можно* в первом приближении объяснить магнитные свойства вещества, которые определяются в основном *свойствами изолированных атомов*. Но когда какое-либо физическое явление зависит от *коллектива атомов*, модель Бора — Зоммерфельда оказывается бессильной. Квантовая же механика в этих случаях даёт объяснение многим наблюдаемым на опыте фактам. Рассмотрим, правда, чисто качественно, как это делается.

В квантовой механике сближение атомов в процессе их конденсации рассматривается как процесс сближения потенциальных ям, о которых мы говорили в главе 3.7. Естественно, что при соединении двух ям ширина общей потенциальной ямы увеличивается вдвое, трех второе и т.д. Нетрудно показать, что этому процессу сближения соответствует *расщепление каждого уровня* энергии на соответствующее число *подуровней*, равное количеству объединившихся атомов. На рис. 3.19 рассматривается случай, когда сближаются три атома. Через  $r_0$  обозначено расстояние между центрами атомов, равное их двойному радиусу, т.е. тогда, когда они уже соприкоснулись. Показано расщепление 1*s* и 2*s* уровней. Образно говоря, дело обстоит так, как если бы каждый атом шёл в коллектив, неся с собой свой энергетический уровень. В результате этого объединительного процесса образуются зоны разрешённых значений энергии, разделённые промежутками запрещённых её значений. Каждая разрешённая зона состоит из уровней, близко расположенных друг к другу, поэтому электроны могут переходить с уровня на уровень внутри зоны. Но число электронов в зоне не произвольно: если зона образовалась из 1s уровней, то каждый её уровень может вместить всего 2 электрона. То есть в приве-

дённом на рис. 3.19 случае в зоне 1*s* может разместиться всего 6 электронов, по два электрона на каждом подуровне. В общем случае можно записать: в *s*-зоне (l = 0) можно разместить 2*N* электронов, в *p*-зоне (l = 1) — 6*N* и т.д., если через *N* обозначить число объединившихся атомов.

Теперь уточним, когда зона оказывается полностью заполненной электронами, а когда лишь частично. Мы знаем уже, что в случае атома водорода его единственный электрон находится в невозбуждённом состоянии на 1*s* уровне. Если объединятся три атома *водорода* (N = 3), то в зоне 1*s* будет всего три электрона. Распола-





гаясь по-прежнему на самых низких уровнях энергии, электроны заполняют зону 1*s* не полностью (см. рис. 3.19). Зона же 2*s* остаётся полностью свободной.

Иную ситуацию мы увидим при объединении трёх атомов *лития*. Пусть число атомов будет по-прежнему равно трём, т.е. в зоне будет три подуровня. Но каждый атом лития располагает тремя электронами и 1*s*-уровень у него заполнен. В зону 1*s* три атома лития принесут 6 электронов, которые расположатся по 2 на каждом подуровне и полностью заполнят 1*s*-зону. 2*s*-зона будет иметь три электрона, то есть заполнится наполовину.

На основе проведённого анализа сформулируем правило: если в изолированном атоме какого-либо вещества уровень заполнен полностью, то соответствующая этому уровню зона будет заполнена. Частично заполненные уровни образуют частично заполненную зону, а свободные уровни образуют пустую зону, полностью свободную от электронов. Все эти зоны являются зонами разрешённых значений энергии, или, короче, разрешёнными зонами.

Теперь сравним *свойства* веществ с зонами различной степени заполнения. Очевидно, что при подводе к образовавшемуся коллективу атомов энергии, электроны, получая её, должны перейти на более высокие уровни. Но в вещес твах с разным заполнением зон процесс восприятия энергии пройдет поразному. Выше мы уяснили, что зона 1*s* у сконденсировавшихся атомов водорода будет заполнена лишь частично, а у атомов лития — полностью. Заметим, что атомы водорода конденсируются при очень низких температурах и образуют твердый водород, который обладает металлическими свойствами.

На рис. 3.20 приведён пример заполнения зон у лития, электронная формула которого запишется так:  $1s^2 2s^1 2p^0 \dots$ . Соответственно зона 1*s* у него будет за-

полнена полностью, а зона 2*s* — лишь наполовину, так же, как у водорода зона 1*s*. При подведении энергии к металлическому литию электроны в валентной зоне 2*s* имеют возможность перейти на верхние уровни, т.е. воспринять эту энергию. Если энергия сообщается электрическим полем, электроны получают дополнительное *направленное* движение. Вещества с *частично заполненной* валентной зоной *являются проводниками (металлами)*.

Если валентная зона *полностью заполнена* электронами, то воспринять дополнительную энергию, сообщённую электрическим полем, электроны не могут, поскольку нет свободных более высоких уровней. Для того, чтобы перейти в расположенную выше свободную зону, нужно получить энергию, равную  $\Delta E$  — расстоянию между зонами (см. рис. 3.20). Эта энергия, как правило, велика, имеет порядок десятка электрон-вольт. Вещества, у которых валентная зона заполнена полностью, будут при комнатной температуре диэлектриками, если ширина запрещённой зоны ~ 10 эВ. Электрический ток в диэлектрике может возникнуть лишь в случае пробоя, когда поле, в диэлектрике достаточно велико — порядка 106 В/м. В таком сильном поле электроны могут получить энергию, достаточную для перехода в свободную зону проводимости.

В полупроводниках при низких температурах валентная зона также заполнена электронами, как у диэлектриков. На рис. 3.21 показано заполнение зон в полупроводнике, находящемся при низкой температуре. Но ширина запрещённой зоны между заполненной валентной зоной и пустой *зоной проводимости* много меньше, чем у диэлектриков — от 0,1 до 1,5 эВ. Поэтому уже при повышении температуры до 100...300 К часть электронов обладает достаточной энергией теплового движения, чтобы преодолеть запрещённую зону и перейти из валентной зоны в зону проводи-

На рис. 3.22 изображена схема заполнения зон в полупроводнике при комнатной температуре. Часть электронов, получивших достаточную энергию за счёт теплового движения, перешла в ранее пустую зону проводимости, при этом на верхних уровнях валентной зоны появились свободные места — "дырки". Электроны, перешедшие в зону проводимости, могут в случае *наложения электрического поля* принять от него энергию, перейдя на свободные



Рис. 3.21



Рис. 3.22

уровни энергии. Возникнет *направленное движение электронов*, то есть ток, обусловленный электронной проводимостью.

В валентной зоне свободные, покинутые электронами места, будут перемещаться в направлении, противоположном движению электронов, т.е. по полю. Поскольку их движение эквивалентно движению положительных зарядов, равных по величине заряду электрона, они создают проводимость, называемую *дырочной*. Поскольку число дырок в описанном случае равно числу электронов, то такая проводимость называется электронно-дырочной. Полупроводник же в этом случае называют собственным. Собственными полупроводниками являются очень чистые четырёхвалентные химические элементы, например, германий и кремний.

Наряду с собственными полупроводниками существуют также *примесные* полупроводники. В качестве примесей, резко меняющих сопротивление полупроводника, используют элементы третьей группы (*акцепторная* примесь) или элементы пятой группы (*донорная* примесь). В случае, когда в окружение четырехвалентных атомов германия или кремния попадают атомы трехвалентной примеси (бора, индия, алюминия), происходит захват этими атомами электронов из валентной зоны. Этими захваченными электронами атомы примеси восполняют их недостаток по сравнению с окружающимися атомами. В результате в валентной зоне полупроводника появляются избыточные дырки.

Если в чистый полупроводник добавить атомы пятивалентной примеси (мышьяк, сурьму), то атомы этой примеси отдадут избыточные пятые валентные электроны в зону проводимости, и в полупроводнике возникнет избыточная электронная проводимость. Полупроводники с избыточной концентрацией дырок называют полупроводниками *p*-типа, с избыточной концентрацией электронов — полупроводниками *n*-типа.

Контакт полупроводников с разным типом проводимости обладает *односторонней проводимостью*, т. е. проводит ток в одном направлении. Следует подчеркнуть, что все полупроводники пропускают ток в любом направлении, и односторонняя проводимость является свойством только контакта, который часто называют *p-n* переходом. Свойство односторонней проводимости *p-n* перехода используется в технике в полупроводниковых диодах, транзисторах, фотоэлементах и др.

# 4. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

## 4.1. Ядро атома, его характеристики

Остановимся сначала на некоторых экспериментальных фактов, которые позволят нам составить представление об атомном ядре, достаточное для того, чтобы понять то внимание, которое к нему в настоящее время проявляет всё человечество.

Ядро атома было обнаружено в опытах Резерфорда (см. параграф 2.1 настоящего пособия) по обстрелу тонкой фольги быстро летящими частицами. В этих опытах Резерфорд установил две важнейшие характеристики ядра: его размеры и заряд. Ядро имеет размеры порядка  $10^{-15}$  м, заряд его положителен и всегда равен целому числу Z элементарных зарядов:  $q_s = Ze$ , где Z — порядковый номер химического элемента в таблице Менделеева. Порядковый номер элемента указывается рядом с химическим символом в виде нижнего индекса.

Масса ядра, как это принято в атомной и ядерной физике, выражается в *атомных единицах массы* — а.е.м. Напоминаем, что за атомную единицу массы

принята двенадцатая часть массы атома углерода:  $m_{\text{a.e.м.}} = \frac{m_{C^{12}}}{12} = 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг.

Массы атомов всех химических элементов определены экспериментально на *масс-спектрографах*, описание принципа действия которых можно найти во второй части нашего курса лекций [16]. Значения этих масс приведены в таблицах с большой точностью — до шести и более значащих цифр. Например, масса атома водорода  $_1$ H<sup>1</sup> равна 1,00783 а.е.м., атома гелия  $_2$ He<sup>4</sup> — 4,00260 а.е.м. Масса ядра меньше массы атома на суммарную массу всех его электронов. *Целая часть* числа, выражающего относительную массу атома (или массу ядра) называется *массовым числом*, и именно оно указывается возле символа элемента в виде верхнего индекса:  $_{92}$ U<sup>235</sup>,  $_{88}$ Ra<sup>226</sup>,  $_{3}$ Li<sup>7</sup> и др.

Хорошо известно, что ядро атома состоит из протонов и нейтронов, масса которых приблизительно одинакова и близка к одной а.е.м. Поэтому протоны и нейтроны вместе определяют массу ядра, и массовое число равно их общему количеству в ядре. Протоны и нейтроны имеют общее название — нуклоны, что в переводе означает "ядерные частицы". Поскольку заряжены только протоны, их число равно порядковому номеру, а число N нейтронов мы получим, как разность общего числа A нуклонов и числа Z протонов.

Анализируя таблицу Менделеева, можно заметить, что в её начале число протонов в ядре равно числу нейтронов. Постепенно нейтронов становится больше, чем протонов, и к концу периодической системы число нейтронов существенно превышает число протонов (рис. 4.1). Например, в ядре урана нейбольше, протонов. тронов почти полтора раза чем Очевид-В но, что при равенстве числа нейтронов и числа протонов кривая N = A - Z на рис. 4.1 была бы прямой, показанной пунктиром. Этот, казалось бы, не очень существенный факт приводит, в конечном итоге, к возможности использования ядерной энергии.

Попытаемся теперь на основе полученных в третьем разделе знаний оценить величину этой энергии. Ядро является наиболее стабильным образованием из всех известных: действительно, атом при нагревании теряет свои электроны под действием тепловых ударов, происходит его ионизация. Любая химическая реакция тоже связана с перестройкой электронной оболочки: атомы, образуя молекулы, обмениваются своими электронами. Ядро же всегда, при любой химической реакции сохраняется неизменным. Это означает, что частицы внутри ядра сильно связаны меж-



ду собой, и чтобы освободить их, нужно затратить гораздо больше энергии, чем для ионизации атома. Иначе говоря, ядро является очень глубокой потенциальной ямой для составляющих его частиц — *нуклонов*.

Используя выражение (3.49) для энергии частицы в потенциальном ящике, подставив в него значения массы нуклона и приняв за ширину ямы диаметр ядра, получим, что энергия частицы, находящейся в ядре, имеет величину порядка миллиона электрон-вольт, т.е. в сотни тысяч раз больше той энергии, которой обладает электрон в атоме. (Заметим, что энергия, выделяющаяся при сжигании топлива, есть энергия химической реакции, связанной с перестройкой электронной оболочки). Такой же порядок величины энергии даст нам и соотношение неопределённостей (3.20), если за  $\Delta x$  принять размеры ядра, а из неопределённости по импульсу найти неопределённость в определении энергии. Эти же два соотношения позволяют убедиться, что энергия частиц внутри ядра квантована.

Нуклоны в ядре упакованы плотно, так как при обстреле ядра быстро летящими частицами установлено, что они не пролетают через ядро насквозь, как это наблюдалось при обстреле атомов. Любая частица, попав в ядро, застревает в нём, приводя его в *возбуждённое состояние*. При этом ядро может испустить частицу, но это будет уже совсем не та частица, которой его обстреляли.

Частицы внутри ядра удерживаются *ядерными силами*, которые проявляются лишь на расстояниях, имеющих порядок  $10^{-15}$  м. С увеличением расстояния величина ядерных сил быстро убывает. Если расстояние между протонами больше  $5 \cdot 10^{-15}$  м, начинают преобладать электростатические силы, которые на меньших расстояниях значительно слабее ядерных, удерживающих вместе отталкивающиеся протоны. По современной теории эти силы обеспечиваются существующим внутри ядра полем, квантом которого является *мезон* — нестабильная частица, имеющая массу покоя, равную примерно 270 массам электрона (напомним, что масса нуклона составляет ~ 2000 масс электрона). Масса покоя фотона, как мы знаем, равна нулю, а фотон является квантом электромагнитного поля и обеспечивает электромагнитное взаимодействие между зарядами. Мезон, благодаря своей большой массе, способен обеспечить существенно более сильное взаимодействие, чем электростатическое, но только на очень малом расстоянии между частицами.

Конкретный закон изменения ядерных сил с расстоянием неизвестен. Поэтому *ядерное взаимодействие* вместо силы принято характеризовать энергией взаимодействия частиц в ядре, которую принято называть энергией связи. Энергия связи находится *по дефекту масс*  $\Delta m$ : сопоставление массы ядра с суммой масс частиц, его составляющих, привело к выводу, что они не равны. Сумма масс удалённых друг от друга ядерных частиц — нуклонов — всегда больше массы ядра, если проверять закон сохранения массы с той точностью (по меньшей мере, до шести значащих цифр), которую позволяет нам эксперимент. Это нарушение известного со времён М.В. Ломоносова закона сохранения массы объясняется тем, что внутри ядра проявляется более общий закон: закон сохранения массы и энергии. При образовании ядра часть массы частиц, принимающих участие в процессе, идёт на создание энергии связи, которая определяется по формуле Эйнштейна:

$$E_{\rm cB} = c^2 \Delta m, \tag{4.1}$$

где  $\Delta m$  — дефект масс, который находится, как разность суммарной массы нуклонов и массы ядра:

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\mathfrak{s}}.$$
(4.2)

Здесь  $m_p$  — масса протона;  $m_n$  — масса нейтрона;  $m_{\pi}$  — масса ядра. По этой формуле определяется *величина* энергии связи, которая <u>положительна</u>. Она выделилась в момент образования ядра. Соответственно на эту величину уменьшилась энергия частиц, когда они сконденсировались в ядро. Если энергия *E* взаимодействия частиц до их слияния была равна нулю, то в ядре она <u>отрицательна</u>. Следовательно, энергия взаимодействия протонов и нейтронов в ядре равна энергии связи (4.1), взятой с обратным знаком:  $E = -E_{cb}$ . Индивидуальной характеристикой ядра оказывается не вся энергия *E*, а *удельная энергия* 

$$E_{\rm yg} = \frac{E}{A} , \qquad (4.3)$$

приходящаяся на один нуклон, и характеризующая *прочность*, *устойчивость ядра*. На рис. 4.2 приведён сглаженный экспериментальный график зависимости

удельной энергии от массового числа, из которого следует, что лёгкие ядра обладают большей удельной энергией, чем тяжёлые и особенно средние ядра. После абсолютного минимума при  $A \approx 60$  удельная энергия начинает слабо расти с увеличением массы ядра. Следует обратить внимание на знак энергии: как и положено энергии сил притяжения, она отрицательна. Об этом шла речь в первой части курса лекций [15]. Самые прочные ядра (с наи-



большей величиной удельной энергии связи) имеют массу около 60 а.е.м.

Мы уделяем такое внимание обсуждению наблюдаемой закономерности потому, что это весьма важно для понимания того, что существует всего две возможности получения ядерной энергии:

1) образование более тяжёлых элементов из лёгких путём слияния ядер;

2) образование более лёгких элементов из тяжёлых путём деления их ядер. То есть обе возможности выделения внутриядерной энергии связаны с переходом элементов с приподнятых ветвей кривой рис. 4.2 к её середине.

## 4.2. Изотопы. Их разделение

На рис. 4.2 приведены значения энергии связи, найденной для наиболее распространённых изотопов. *Изотопами* называют ядра, имеющие одинаковое число протонов, но разное число нейтронов. Очевидно, что число электронов в них будет также одинаковым, и они занимают одну и ту же клеточку периодической системы элементов. Физические и химические свойства их будут также одинаковы, поскольку большинство этих свойств определяется электронной оболочкой. Изотопный состав каждого элемента хорошо изучен, а массы их сведены в таблицы. У самого лёгкого элемента — водорода — существует три изотопа: обычный водород  $_1$ H<sup>1</sup>, тяжёлый водород  $_1$ H<sup>2</sup> — дейтерий, и сверхтяжёлый водород  $_1$ H<sup>3</sup> — тритий. У гелия два изотопа —  $_2$ He<sup>4</sup> и  $_2$ He<sup>3</sup>. У остальных элементов изотопов существенно больше, всего более 2000 изотопов.

Выделить каждый изотоп в чистом виде не просто: это можно сделать, например, в масс-спектрографах под действием магнитного поля. Но полученная в этом случае масса чистого изотопа очень мала. Вместе с тем получение ядерного горючего связано с обогащением урана, природная руда которого представляет смесь изотопов. Преобладает в ней  $U^{238}$ , а  $U^{235}$ , который используется в ядерных реакторах, содержится в природном уране всего в количестве 0,7%. Обогащение урана — это процесс увеличения в нём процентного содержания изотопа с атомным весом 235.

Отделить требуемый изотоп химическими методами невозможно из-за тождественности химических свойств изотопов. К разнице масс отдельных атомов чувствительна только диффузия: через пористую перегородку легче проникают атомы меньшей массы. Но *диффузионный метод* разделения изотопов возможен лишь с газами. Поэтому металлический уран переводят в газообразное состояние, воздействуя на него химически активным фтором. Получившийся газ UF<sub>6</sub> — шестифтористый уран — подвергают многоступенчатой перегонке в диффузионном аппарате, ячейка которого изображена на рис. 4.3, где пунктиром показана разделяющая ячейку *пористая перегородка*. Через нижнюю поло-

вину ячейки продувают газ, состоящий из смеси изотопов. Концентрация нужного, более лёгкого изотопа в этом газе обозначена  $n_1$ . В верхней части ячейки концентрация этого изотопа будет выше, благодаря его бо́льшему коэффициенту диффузии, т. е.  $n_2 > n_1$ . Из этой части газ направляют в следующую ячейку, а оставшийся газ с повышенной концентрацией более тяжёлых эле-



ментов возвращается назад и вновь прогоняется через эту же ячейку. И только после многократного повторения этого процесса получают газ, в котором концентрация требуемого изотопа достаточна для использования в реакторе. После этого газ UF<sub>6</sub> переводят в твёрдое состояние. Этот метод разделения изотопов был использован для получения горючего в первом ядерном реакторе, построенном и запущенном в США в 1942 году под руководством итальянского учёного Энрико Ферми.

Существует также *метод центрифугирования*, когда более тяжёлые молекулы продолжают двигаться по инерции, не принимая участие во вращении всего газа вместе с сосудом, в который он помещён. Метод предложен советским физиком Ю.Б. Харитоном. Центрифугирование также многоступенчато, и не уступает по дороговизне методу диффузии. При осуществлении цепной реакции в обстановке строгой секретности проблема разделения изотопов была одной из труднейших из-за сложности её технического исполнения. Некоторые детали этого процесса были добыты для советских атомщиков разведывательной службой.

Для разделения изотопов воды возможно применять электролиз: в электролите концентрация тяжёлых изотопов повышается. Однако стоимость этого метода тоже велика: для получения одного килограмма тяжёлой воды D<sub>2</sub>O затрачивается примерно 15·10<sup>4</sup> кВтч электроэнергии.

В заключение заметим, что изотопы принято делить на *природные* и *искусственные*. Искусственные изотопы практически всех химических элементов образуются в большом количестве в работающем ядерном реакторе. Они в большинстве своём радиоактивны, на чём основано их применение. Искусственные изотопы используются в медицине как источники γ-лучей при лечении злокачественных опухолей. Применение их в качестве "меченых" атомов для изучения биологических и химических процессов возможно благодаря тому, что проследить за их движением просто: гамма лучи, испускаемые изотопы используют с большой осторожностью.

## 4.3. Естественная радиоактивность

Конец девятнадцатого столетия и начало двадцатого совпали с целым рядом крупнейших открытий в физике, определивших её развитие и развитие техники на столетие вперёд. Это открытие рентгеновского излучения (1895 г.) и электрона (1898 г.), гипотеза квантов (1900 г.), и, наконец, естественная радиоактивность (1896 г.), за открытие которой в 1903 году французским учёным Анри Беккерелю, Пьеру и Марии Кюри была присуждена Нобелевская премия.

Открытое ими явление заключается в самопроизвольном, происходящем без вмешательства человека, превращении одного элемента периодической системы в другой. Средневековые алхимики потратили много времени и сил для осуществления этого превращения, пытаясь получить золото из ртути и других металлов, но положительного результата не добились. Поэтому открытие, свидетельствующее о том, что переход элемента из одной клеточки таблицы Менделеева в другую происходит в природе, стало сенсацией, заполнившей страницы газет. Введённый Марией Кюри для подобных процессов термин "радиоактивность" обусловлен тем, что указанное явление сопровождается излучением, которое обладает большой проникающей способностью, оказывает ионизирующее действие и вызывает биологические и химические изменения в окружающем мире.

*Естественной радиоактивностью* обладают элементы, стоящие в конце периодической системы Менделеева, после номера 82. Они могут самопроизвольно, без внешних воздействий, распадаться, превращаясь в другие элементы. Причём путей распада может быть два: α-распад и β-распад.

1. Альфа-распад. При этом типе радиоактивности ядро самопроизвольно испускает α-частицу — ядро атома гелия, превращаясь при этом в другой элемент, т.е. переходя в другую клеточку периодической системы. Схема распада представлена на рис. 4.4. Контуры ядра изображены штриховыми линиями. Этапы α-распада: а) исходное ядро готовится выбросить α-частицу; б) после испускания α-частицы образовавшееся ядро в возбуждённом состоянии излучает γ-кванты; в) новое (дочернее) ядро после завершения процесса распада.

Распад ядра происходит с выполнением закона сохранения массы (точнее, массового числа) сумма массовых чисел A до реакции равна сумме таковых после неё; и закона сохранения заряда: сумма зарядовых чисел Z до реакции равна их сумме после неё. Но если закон сохранения заряда выполняется точно, то закон сохранения массы справедлив лишь для массовых чисел. Сумма масс до реакции никогда в точности не равна сумме масс после неё. Масса в результате реакции может либо возрасти, либо уменьшиться. В первом случае реакция идет с поглощением энергии, во втором — с её выделением. Величину этой энергии можно рассчитать по (4.1).



Рис. 4.4

Поскольку заряд α-частицы положителен и равен 2*e*, то при α-распаде заряд ядра уменьшается на две единицы, т. е. происходит смещение на две клеточки периодической системы *влево*.

Приведём пример такой реакции:

$$_{22}U^{238} \rightarrow {}_{2}He^{4} + {}_{90}Th^{234}.$$
 (4.4)

Здесь рассмотрен распад одного из изотопов урана —  $_{92}U^{238}$ , содержание которого в природном уране составляет 99,3%. Образовавшийся изотоп тория тоже нестабилен, и также при распаде образуется элемент, расположенный на две клеточки левее, который, в свою очередь, тоже  $\alpha$ -активен. Выстраивающаяся цепочка радиоактивных элементов заканчивается на свинце, получившийся изотоп которого стабилен:

 ${}_{92}\text{U}^{238} \rightarrow {}_{90}\text{Th}... \rightarrow {}_{88}\text{Ra}... \rightarrow {}_{86}\text{Rn}... \rightarrow {}_{84}\text{Po}... \rightarrow {}_{82}\text{Pb}. \tag{4.5}$ 

Точками в примере обозначены пропущенные β-распады. По процентному содержанию свинца в урановой руде можно оценить возраст Земли, если предположить, что образование урановых руд происходило одновременно с рождением нашей планеты.

Альфа-распад практически всегда сопровождается гамма-излучением (см. рис. 4.4). Ядра в силу энергетических причин могут выбрасывать лишь четыре нуклона сразу — ядро гелия. Образовавшееся новое ядро (дочернее) находится в возбуждённом состоянии, и только сбросив энергию в виде электромагнитной волны —  $\gamma$ -кванта, переходит в основное состояние. Оценить величину гамма-кванта позволяет даже простейшее знакомство с квантовой механикой. Расстояние  $\Delta E$  между уровнями энергии частицы, находящейся в потенциальном ящике, определяется выражением (3.50). Приравняв  $\Delta E$  энергии кванта hv, можно найти частоту этих лучей. Она получается во много раз больше, чем частота видимого света. Поэтому гамма лучи обладают особыми свойствами: их проникающая и ионизирующая способности исключительно велики. Эти свойства определяют и применение  $\gamma$ -лучей: гамма-дефектоскопия, гамма-терапия и т.п.

2. Бета-распад сопровождается вылетом β-частицы. При естественной ра-

диоактивности это электрон. Схема этого распада приведена на рис. 4.5. Бледной штриховой линией обозначен контур ядра. Выброс ядром электрона объясняется распадом нейтрона, который стабилен только внутри ядра. В свободном состоянии нейтрон живет около 12 мин, после чего претерпевает распад, образуя протон, электрон и *нейтрино*<sup>\*</sup>. Образовавшийся протон остаётся в ядре, увеличивая его заряд на едини-



Рис. 4.5

цу, а электрон и нейтрино покидают ядро, вылетая с различными скоростями. Получившийся в результате такого распада элемент переходит в *правую* соседнюю клеточку таблицы Менделеева.

Бета-активность, например, свойственна тяжёлому изотопу урана, который образуется из <sub>92</sub>U<sup>238</sup> при захвате им нейтрона. В результате испускания электрона образуется первый трансурановый элемент *нептуний*:

$$U^{239} \to {}_{-1}\beta^0 + {}_{93}Np^{239} + {}_{0}\nu^0.$$
(4.6)

Образовавшийся нептуний тоже бета-активен:

$$_{3}Np^{239} \rightarrow _{-1}e^{0} + {}_{94}Pu^{239} + {}_{0}v^{0}.$$
 (4.7)

При этом распаде образуется *плутоний* — второй трансурановый элемент. Он в ничтожных количествах встречается в урановой руде, и был замечен лишь

<sup>&</sup>lt;sup>2\*</sup> Последняя частица была введена гипотетически в 30-х годах прошлого века и впервые зарегистрирована в 1953 году. Нейтрино не имеет заряда, и его масса покоя очень мала. В силу этих причин проникающая спосо бность нейтрино чрезвычайно велика. Представление об этом может дать следующий пример: из 10 миллиардов нейтрино лишь одна (!) частица задерживается земным шаром.

тогда, когда уран привлёк к себе пристальное внимание физиков в связи с проблемой создания атомной бомбы. Ядро плутония, как и ядро урана-235, при поглощении нейтрона делится, выделяя ~ 200 МэВ энергии, поэтому его используют в качестве "ядерной взрывчатки". Плутоний крайне ядовит, поскольку обладает большой радиоактивностью, превращаясь в результате альфа-распада в делящийся изотоп урана <sub>92</sub>U<sup>235</sup>.

Подводя итог материалу этого раздела, подчеркнём, что к указанным двум типам распада сводится естественная радиоактивность, которой обладают лишь элементы конца периодической системы, начиная со свинца.

# 4.4. Искусственная радиоактивность

Изучение естественной радиоактивности привело к открытию новых, не известных ранее радиоактивных элементов: радия, полония, содержащихся в урановой руде в очень малом количестве: Марии Кюри удалось выделить лишь 0,2 грамма радия, переработав тонну урановой руды. Новые элементы обладали значительно большей радиоактивностью, чем уран, и послужили последователям как источники быстрых альфа-частиц.

В 1934 году Ирэн и Фредерик Жолио-Кюри обстреляли α-частицами пластинку алюминия и обнаружили, что она начинает излучать *нейтроны*. Явление они объяснили так:

$$_{13}\text{Al}^{27} + {}_{2}\text{He}^4 \rightarrow {}_{15}\text{P}^{30} + {}_{0}n^1.$$
 (4.8)

Но помимо нейтронов там было обнаружено еще и излучение положительных частиц с массой, равной массе электрона, а также, как было установлено позднее, очень лёгких нейтральных частиц — нейтрино. Объяснение их появления потребовало выдвижения смелой гипотезы о том, что искусственный изотоп фосфора в формуле (4.8) радиоактивен:

$$^{1}_{15}P^{30} \rightarrow {}_{14}Si^{30} + {}_{+1}\beta^{0} + {}_{0}\nu^{0}$$
. (4.9)

Для доказательства появления искусственного радиоактивного изотопа супруги Жолио-Кюри химическим путем выделили из алюминия фосфор, который был радиоактивен в течение всего 2,5 минут.

С искусственной радиоактивностью связан новый тип распада — со смещением на одну клеточку влево. Этот тип распада объясняется превращением находящегося в ядре протона в нейтрон:

$$_{1}p^{1} \rightarrow _{0}n^{1} + _{+1}e^{0} + _{0}v^{0}$$
 (4.10)

Искусственно радиоактивным элементом может стать любой элемент периодической системы при попадании в его ядро какой-либо быстрой частицы. Нейтроны легче проникают в ядро, чем α-частицы, поскольку они не заряжены. Под действием обстрела нейтронами в настоящее время получены искусственные радиоактивные изотопы всех элементов периодической системы. Радиоактивность легких элементов была крупнейшим открытием, отмеченным в 1934 г. Нобелевской премией.

Подводя некоторый итог, отметим: радиоактивность связана с превращением одного элемента в другой, отстоящий максимум на две клеточки периоди*ческой системы от исходного*. Это превращение сопровождается излучением трех типов: α-лучи, β-лучи и γ-лучи. Первые — это ядра гелия, вторые — электроны или позитроны. И, наконец, γ-лучи — это электромагнитные волны большой частоты. Радиоактивное излучение называют *проникающим*, поскольку оно не отражается веществом, а проникает в его толщу. Очевидно, что самой большой проникающей способностью обладают гамма-лучи, поскольку они не имеют электрического заряда.

Регистрируется радиоактивное излучение с помощью различных приборов. Наиболее распространённым из них является счетчик Гейгера, с которым вы познакомитесь на лабораторных работах.

#### 4.5. Закон радиоактивного распада. Единицы активности

Каждый акт радиоактивного распада (естественного либо искусственного) приводит к уменьшению числа атомов материнского вещества. Пусть их будет N, тогда (-dN) даст уменьшение числа материнских ядер за бесконечно малый промежуток времени dt и, одновременно, число вновь родившихся атомов (число атомов дочернего вещества). Поскольку каждый акт распада является случайным, то чем больше число атомов мы возьмем под наблюдение, тем больше будет наблюдаться распадов:

$$-dN = \lambda N dt, \tag{4.11}$$

где введенный коэффициент пропорциональности  $\lambda$  называют *постоянной распада*. Эта постоянная является характеристикой активности вещества, она индивидуальна для каждого изотопа. Равенство (4.11) носит название *дифференциального закона распада*. По нему можно определять число вновь образовавшихся ядер атомов и равное ему число распавшихся. Введём понятие *активности а* изотопа как число распадов за единицу времени: a = dN/dt. Тогда из (4.11) получим, что активность радиоактивного вещества прямо пропорциональна количеству целых (материнских) атомов:

$$a = \frac{dN}{dt} = \lambda N \,. \tag{4.12}$$

За единицу активности в СИ принят один распад в секунду — беккерель (Бк). Это очень малая величина, и на практике пользуются другой, исторически сложившейся, внесистемной единицей измерения активности — кюри (Ки). 1 Ки — активность изотопа, в котором за время 1 с происходит  $3,7\cdot10^{10}$  актов распада. Это число не случайно принято в качестве единицы активности. Именно столько распадов даёт за секунду *один грамм радия*. 1Ки =  $3,7\cdot10^{10}$  Бк.

Поскольку число атомов N пропорционально массе вещества, из выражения (4.12) нетрудно определить *удельную активность*  $a_{yg} = a/m$  — это активность единицы массы изотопа.

Разделив переменные в формуле (4.12) и проинтегрировав, получим интегральный закон pacnada:

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_{0}^{t} \lambda dt; \quad \dots \Rightarrow \dots \quad N = N_0 e^{-\lambda t}.$$
(4.13)

Здесь  $N_0$  — число атомов в начальный момент времени t = 0; N — число оставшихся атомов по прошествии времени t.

Интегральный закон распада позволяет связать постоянную распада  $\lambda$  с *nериодом полураспада* T — промежутком времени, за который число наличных атомов уменьшается вдвое, т.е.  $N(T) = N_0/2$ :

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$$
, откуда  $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ . (4.14)

Периоды полураспада разных изотопов измерены с большой точностью и приводятся в таблицах. По (4.14) рассчитывают постоянную распада. Очевидно, что у активных элементов постоянная распада велика (см. определение активности (4.12)), следовательно, мал период полураспада. Последний меняется в очень широких пределах: от долей секунды до миллиардов лет. Существует предположение, что в момент рождения элементов все они были радиоактивными. Те, которые имели малый период полураспада, быстро распались. В настоящее время в земной коре остались лишь элементы с очень большими периодами полураспада. Они и есть элементы конца периодической системы. Уран и торий, продолжают распадаться и по сегодняшний день, порождая полоний, радий и др. радиоактивные элементы, вплоть до свинца, на котором заканчиваются все естественные радиоактивные ряды.

#### 4.6. Реакция деления ядра

Каждый из трёх рассмотренных типов распада ядер сопровождается выделением энергии, величина которой может быть оценена на основе самых общих соображений квантовой механики, приведённых в главе 4.1. Эта энергия в миллион раз больше той, которой мы пользуемся, сжигая топливо, то есть энергии химических реакций, связанных с перестройкой электронных оболочек. Отсюда вполне понятен интерес к проблеме использования энергии, заключенной в ядре атома. Но рассмотренные реакции не дают возможности применить выделяющуюся энергию: однократная реакция не может служить источником энергии. Так же, как и при горении, однократная реакция должна приводить к появлению аналогичных реакций в соседних ядрах, т.е. реакция должна распространяться, или, иначе, должна быть *цепной реакцией*.

Возможность осуществления её появилась в 1938 году с открытием ещё одного типа реакций — *реакции деления ядер*. Впервые её наблюдали Ирен и Фредерик Жолио-Кюри и сербский физик Савич. Эта реакция принципиально отличается от рассмотренных ранее реакций распада. В результате последних получается элемент, отстоящий от исходного на *одну* или *две* клеточки периодической системы. При реакции деления *ядро раскалывается* всегда на две неравные части. В результате получаются *два* новых ядра, порядковые номера которых находятся *в середине* периодической системы Менделеева. Реакцию наблюдали и немецкие учёные Ган и Штрассман. Убедившись в её существовании, выделив из урана элементы середины периодической системы, они написали: «Как химики мы свидетельствуем, что такая реакция существует. Как физики

мы отказываемся в неё верить». Последняя фраза подчёркивает принципиальное отличие этой реакции от реакций бета и альфа активности.

Реакция деления вызывается ударом нейтрона в ядро урана-235 (рис. 4.6). Наиболее распространённый изотоп урана U<sup>238</sup> к реакции деления практически не способен. Каждый акт деления индивидуален в том смысле, что продукты деления имеют произвольные порядковые номера. Естественно, закон сохранения заряда должен при этом быть выполнен: если один из образовавшихся элементов <sub>35</sub>Br, то второй будет иметь порядковый номер Z = (92 - 35) = 57, то есть это будет лантан:

$${}_{92}U^{233} + {}_{0}n^{1} = {}_{35}Br^{87} + {}_{57}La^{143} + 6_{0}n^{1}.$$
(4.15)

Образовавшиеся изотопы брома и лантана сильно отличаются своими массовыми числами от тех, что приведены в таблице Менделеева. Это естественно, т. к. ядро урана содержит существенно большее число нейтронов, чем нужно для образования ядер с указанными порядковыми номерами (см. рис. 4.1). В силу перегруженности нейтронами новые ядра всегда β-активны, и лишь претерпев целую цепочку распадов, они превращаются в стабильные элементы. Для этого каждому изотопу требуется различное время (см. рис. 4.6), измеряемое иногда миллионами лет. В течение всех этих лет продукты деления излучают.

Внимательно рассматривая график зависимости удельной энергии связи от



Рис. 4.6

числа нуклонов (см. рис. 4.2), нетрудно убедиться, что деление ядра урана приведёт к освобождению энергии связи порядка 1 МэВ в расчете на каждый нуклон. Поскольку в ядре урана их 235, то один акт деления связан с выделением приблизительно 200 МэВ энергии, что в миллион раз больше энергии, выделяемой атомом при перестройке его электронной структуры.

В приведённом нами примере (4.15) реакция сопровождалась выделением шести свободных нейтронов. Это несколько больше среднего количества высвобождающихся нейтронов. Появление свободных нейтронов даёт основания для осуществления цепной реакции: попадая в соседние ядра урана-235, нейтроны вызовут их деление. Число вовлечённых в реакцию ядер будет расти. Причина появления нескольких свободных нейтронов в каждом акте деления рассматривалась выше, она кроется в большом перевесе нейтронов над протонами в исходном ядре (см. рис. 4.1).

Рассмотренная выше реакция деления не является единственно возможной. В процессе раскола урана могут образовываться ядра с порядковыми номерами от 20 до 60. Вероятность образования более лёгких ядер очень мала, их практически не наблюдали.

## 4.7. Цепная реакции деления. Проблемы её использования

Реакция деления, как оказалось, может происходить и без удара ядра нейтроном. Изотоп урана <sub>92</sub>U<sup>235</sup> может делиться спонтанно, самопроизвольно. Это открытие было сделано в 1940 году Флёровым и Петржаком в Ленинграде. Цепная реакция не наблюдается в природном уране не потому, что для её начала нужно расколоть хотя бы одно ядро, которое послужило бы началом реакции. Очевидно, что в природном уране нет условий для протекания реакций в цепном виде, а встречаются лишь единичные акты деления урана.

Причина этого была найдена очень легко: способный к делению изотоп U<sup>235</sup> содержится в природном уране в ничтожном количестве — 0,7%. Поэтому образовавшиеся при делении свободные нейтроны попадают не в его ядра, а в ядра урана-238 и застревают в нём, не достигнув ядер урана-235. Реакция спонтанного деления оказывается однократной. Получить чистый U<sup>235</sup> практически невозможно: методы разделения изотопов, описанные в главе 4.2 очень длительны

и дорогостоящи. Поэтому содержание урана-235 увеличивают лишь в 15-20 раз, что, конечно, недостаточно для прохождения цепной реакции. При 10%-ной концентрации делящихся атомов нейтроны, образовавшиеся при расколе одного из них, все равно попадают в ядра U<sup>238</sup>. Ситуация поясняется рис. 4.7, где тёмными кружочками показаны атомы делящегося изотопа — один такой атом приходится на десять атомов тяжёлого изотопа (светлые кружочки).

Выход был найден благодаря одной особенности U238 — он поглощает лишь быстрые нейтроны, поскольку его ядро достаточно крепкое. Медленные нейтроны, ударившись об него, отскакивают без потери скорости. Нейтроны, образовавшиеся при расколе ядра быстрые. Пусть скорость их будет и1. Если нейтроны с этой скоростью ударяют в ядра U238, то они будут погло-



Рис. 4.7

щены ядрами и реакция окажется однократной.

Если же на пути быстрых нейтронов поставить замедлитель, тормозящий нейтроны до скорости  $v_2$ , то при ударе об  $U^{238}$  они испытают один либо несколько абсолютно упругих ударов, изменяющих лишь направление их скорости. Нейтроны не будут поглощены и, в конечном итоге, могут попасть в ядро  $U^{235}$ , вызвав его деление.

На рис. 4.7 показана схема самопроизвольного деления ядра № 1 урана-235. Из него вылетели со скоростями  $v_1$  три свободных нейтрона. Два из них, встретив замедлитель (серые чёрточки), понизили свои скорости до  $v_2$ , в результате чего после многократных отражений попали в делящиеся ядра. Один нейтрон, ударившись в  $U^{238}$ , был поглощён им. Реакция деления оказалась неоднократной. Она вызвала деление ещё двух ядер, т.е. *приобрела цепной характер*.

Остается пояснить способ замедления нейтронов, понижения их скорости от  $v_1$  до  $v_2$ . Этого вопроса мы касались в [15, гл.3.3], рассматривая удары шаров. При упругом ударе шаров одинаковой массы они обмениваются скоростями. Если массы разные, скорости распределяются обратно пропорционально их массам. Значит, если на пути летящего нейтрона поместить соразмерный ему неподвижный протон (атом водорода), нейтрон остановится, а протон получит его скорость. В рассматриваемом случае нейтрон останавливаться не будет, так как протон будет иметь скорость теплового движения. Она-то как раз и нужна нейтрону. Но водород может поглотить нейтрон и превратиться в тяжёлый водород — дейтерий. Поэтому для замедления нейтронов простой водород не подходит. В некоторых исследовательских атомных реакторах в качестве замедлителя используется тяжёлая вода  $D_2O$ . Дейтерий, входящий в состав молекулы тяжёлой воды, не поглощает нейтроны и эффективно их замедляет.

Однако получение тяжёлой воды из обычной  $H_2O$  — очень энергоёмкий, длительный и дорогостоящий процесс. Перебирая легкие элементы, следующие за водородом, нетрудно убедиться, что в твёрдом состоянии при комнатной температуре находятся бериллий, бор и углерод. Последний существенно более распространён, поэтому именно его в основном и используют в качестве замедлителя нейтронов (бор не годится, так как сильно поглощает нейтроны). Рабочая зона промышленного ядерного реактора представляют собой совокупность стержней, выполненных из обогащенного урана. Эти стержни помещаются в отверстия, выполненные в графитовых блоках. Между урановыми стержнями вводятся также стержни из кадмия или бора, которые хорошо поглощают тепловые нейтроны. Изменяя глубину погружения этих стержней в реактор, можно управлять интенсивностью реакции.

Вернёмся к событиям, которые происходят с ядром  $U^{238}$ , в которое проник быстрый нейтрон. Это ядро превращается в β-активный изотоп урана  $U^{239}$ , который с периодом полураспада 24 мин превращается в нептуний, испуская электрон. Нептуний, в свою очередь, тоже испускает электрон, и через 2,5 суток половина его атомов превращается в плутоний (см. реакции (4.4) и (4.5)), который оказался способным к реакции деления.

Выделяя плутоний из отработанных урановых стержней обычным химическим методом, получают чистый плутоний. В нём цепная реакция протекает без замедлителей, он пригоден для проведения реакции как в управляемом, так и во взрывном виде.

Особенности осуществления реакции деления порождают проблемы её использования в качестве топлива.

1. Сама природа реакции такова, что она приводит к появлению множества искусственных радиоактивных изотопов, в том числе и долгоживущих изотопов инертных газов (см. рис 4.5). Последние, в силу своей химической пассивности, практически не улавливаются и распространяются в атмосфере, неуклонно повышая радиоактивный фон планеты. Остальные отходы хранятся в могильниках и непрерывно выделяют тепло, греются, т.е. требуют постоянного внимания в течение очень длительного времени, так как периоды полураспада некоторых изотопов — десятки тысяч и миллионы лет, что представляет весьма серьезную проблему для будущего человечества.

2. Накопление плутония опасно тем, что из него можно сделать атомную бомбу, что приводит к реальной опасности ядерного терроризма.

3. Третья проблема связана с опасностью аварий не только на АЭС, но и в хранилищах, где радиоактивные превращения могут привести, и приводят (авария на комбинате "Маяк" в 1957 г.) к образованию взрывной смеси.

Формулируя эти три проблемы, академик П. Л. Капица [17] подчеркивал (ещё до Чернобыля), что опасность аварии никогда не может быть учтена полностью из-за роли человеческого, случайного фактора.

Следует учесть ещё и то, что, несмотря на малые объёмы потребляемого топлива (килограммы вместо сотен тонн) получаемая на АЭС электроэнергия самая дорогостоящая. В её стоимость следует включать не только высокую стоимость ядерного горючего, но и стоимость хранилищ для отходов, и необходимость захоронения самого реактора через 30–50 лет работы.

Заканчивая раздел 4.4, мы отмечали, что к радиоактивным ионизирующим излучениям относят  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  частицы, которые выбрасываются ядром при его распаде. Теперь же, после рассмотрения реакции деления, ясно, что в состав проникающего радиоактивного излучения следует включить еще и нейтроны. Они, наряду с гамма–лучами, обладают несравненно большей проникающей способностью, чем остальные частицы.

## 4.8. Реакция синтеза. Проблемы её осуществления в управляемом виде

Анализ рис. 4.2 показывает, что с выделением энергии должна происходить не только реакция деления тяжёлых ядер, но и реакция синтеза легких ядер. Объединяя *два ядра дейтерия* в ядро гелия:

$${}_{1}\mathrm{D}^{2} + {}_{1}\mathrm{D}^{2} \rightarrow {}_{2}\mathrm{He}^{4}, \qquad (4.16)$$

мы должны получить энергию. Ведь те же четыре нуклона, которые теперь соединены в ядре гелия, ранее требовали для связи каждого нуклона с ядром на 4 МэВ бо́льшую энергию.

Объединение двух ядер в одно может произойти только при сближении их на расстояние, равное действию ядерных сил, т.е.  $10^{-15}$  м. Для этого приходится преодолевать электростатическое отталкивание двух положительных зарядов, которое, как мы знаем, возрастает с уменьшением расстояния: F ~  $1/r^2$ . Слияния двух ядер в одно удаётся добиться, разгоняя их в ускорителях и направляя пучки частиц друг на друга.

Реакция (4.16) примечательна тем, что её продукт стабилен, а сама реакция не порождает проникающего излучения, однако более вероятны следующие реакции синтеза:

$${}_{3}\text{Li}^{6} + {}_{0}n^{1} \rightarrow {}_{1}\text{T}^{3} + {}_{2}\text{He}^{4}; \qquad (4.17)$$

Эти реакции интересны по двум причинам. Во-первых, литий — металл, он в конденсированном состоянии может быть обстрелян нейтронами. Во-вторых, образовавшийся тритий  $_1T^3$ , столкнувшись с ядром дейтерия — дейтоном  $_1D^2$ , даст гелий и нейтрон, необходимый для осуществления первой реакции. Первая реакция получается *самоподдерживающейся*, т.е. *цепной*. Выполнено условие получения энергии в *промышленных* масштабах.

Реальный синтез лёгких ядер происходит в недрах Солнца, где есть для этого подходящие условия. Каждая из реакций, обеспечивающих излучаемую им энергию, была осуществлена на Земле еще до 1939 года, но лишь на ускорителях, где затраченная энергия, пошедшая на то, чтобы вызвать реакцию, существенно больше энергии полученной от этой реакции. Реакция синтеза, идущая сама по себе, т.е. такая, которую можно использовать в промышленных целях, может идти при очень высокой температуре, оценить которую можно, приравнивая потенциальную энергию кулоновского отталкивания ядер в момент их сближения до радиуса действия ядерных сил  $r_{\rm g}$  их средней энергии теплового движения:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{\rm g}} = \frac{i}{2} kT + \frac{i}{2} kT.$$
(4.15)

Подставляя  $r_{\rm g} = 5 \cdot 10^{-15}$  м,  $q_1 = q_2 = 1, 6 \cdot 10^{-19}$  Кл и значения постоянных, получаем, что температура, необходимая для слияния двух ядер дейтерия, имеет порядок  $10^8$  К. Поскольку самоподдерживающаяся реакция синтеза может проходить только при очень высокой температуре, она называется *термоядерной реакцией*.

Раз начавшись, реакция сама поддерживает температуру, нужную для её осуществления, если плотность плазмы достаточно велика. И здесь на первый план выступает проблема *удержания* вещества, участвующего в реакции. На Солнце оно удерживается полем тяготения. На Земле необходимо решить две тесно связанные между собой проблемы: как *создать* достаточно высокую температуру, минуя ядерный взрыв, и как *удержать* затем нагретую плазму в ограниченном объеме. Ведь соприкосновение газа, нагретого до миллионов граду-

сов, со стенками любого контейнера, приведет к охлаждению газа и к мгновенному расплавлению контейнера.

Способ совместного решения обеих проблем был предложен академиками И.Е. Таммом и А.Д. Сахаровым и осуществлён в установке «Токамак» ("*тороидальная камера с магнитными катушками*"). Идея основана на магнитном взаимодействии параллельно текущих токов. Вызванные этими токами поля можно изобразить замкнутыми линиями, охватывающими каждый ток. Направление силовых линий определяется правилом буравчика, а направление силы Ампера, действующей на ток в магнитном поле — правилом левой руки. Оказывается, что текущие параллельно токи притягиваются, в силу чего ионизированный газ, через который пропускается ток, отходит от стенок и стягивается к центру сосуда. Если сила тока достаточно велика, (в «Токамаке» она достигает миллионов ампер), то в соответствии с законом Джоуля — Ленца газ нагреется до требуемой температуры. Естественно, речь идет об ионизированном газе, поскольку в противном случае ток через него не протечёт. Полностью ионизированный газ называется *высокотемпературной плазмой*.

Проблема извлечения энергии из плазмы, находящейся при высокой температуре, также принципиально решается. Это можно сделать, например, с помощью МГД–генератора [16].

Нагрев плазмы до требуемой для термоядерной реакции температуры и её удержание, осуществляемые по указанному выше принципу на установках типа «Токамак», дают возможность осуществить кратковременную термоядерную реакцию. Но масштабы этой реакции ещё очень далеки от промышленных. Затраты на осуществление термоядерной реакции превышают энергию, полученную от неё. Попытки осуществить эту реакцию другими методами (например, путём удержания и разогрева плазмы с помощью мощных лазеров) дали пока примерно те же результаты.

Если реакция деления тяжёлых ядер отодвигает глобальный энергетический кризис человечества (полное истощение запасов нефти, газа и других видов органического топлива) лишь на несколько столетий, то осуществление термоядерной реакции практически решило бы эту проблему, поскольку запасы термоядерного топлива — тяжёлой воды — практически неисчерпаемы. Попутно решилась бы проблема загрязнения окружающей среды радиоактивными отходами, неизбежными при работе ядерных реакторов на основе реакции деления.

Вопрос о возможностях использования термоядерной реакции в целях получения энергии нельзя рассматривать изолированно от общих проблем энергетики. Основная из них сводится к следующему: любое повышение уровня жизни людей, технический прогресс связаны с увеличением потребляемой энергии на душу населения. Этот показатель непрерывно растёт. Потребление энергии ведёт к неминуемому выбросу её в окружающую среду. Чтобы убедиться в этом, вспомните простейшие бытовые приборы: холодильник, телевизор, стиральная машина, автомобиль. Выброс потребляемой энергии в окружающую среду безвреден не беспредельно: если к тому, что мы получаем от Солнца, добавить 1% от этой величины, произойдёт нагрев биосферы на один градус, что изменит климат, непредсказуемо повлияет на животный и растительный мир. Допустимой считается добавка в 0,1% [17]. Потребляемая по всей планете энергия известна, известен и процент её выброса, и темп его роста с развитием энергетики. Даже если выбросы в окружающую среду не будут расти, что маловероятно, то добавление в биосферу продукции жизнедеятельности человечества достигнет критической отметки примерно к 2070 году. Поэтому крайне актуально сейчас обращать внимание на природу и источники используемой энергии.

Источники энергии принято делить по следующим признакам:

не засоряющие	засоряющие
не добавляющие	добавляющие
возобновляемые	не возобновляемые

К первой группе относятся солнце, ветер, вода. Ко второй — уголь, нефть, уран, химические источники, термоядерная реакция. Источники энергии первой группы называют альтернативными. Развитие их и есть энергетика будущего.

# 4.9. Проблема элементарных частиц в физике

Одним из принципиальных достижений физики двадцатого века было открытие сложной структуры не только атома, но и ядра. Это поистине поразительно, потому что даже атом, поперечник которого в 100 000 раз больше диаметра ядра, до сегодняшнего дня остаётся неразличимым, его нельзя разглядеть и в самый мощный электронный микроскоп. Найденный Резерфордом способ изучения строения таких объектов — обстрел их быстрыми частицами, остаётся единственным и сегодня. Резерфорд в 1909 году раскрыл структуру атома, а первые опыты по исследованию структуры протона и нейтрона были начаты в 1948 г. Э. Ферми.

Возможность дальнейшего проникновения вглубь вещества связана с созданием мощных ускорителей, позволяющих получать интенсивные пучки энергичных частиц. Обстреливая ими различные мишени и наблюдая за результатом этого обстрела, можно делать заключения о составе обстрелянного объекта. Чем больше энергия частиц-снарядов, тем более мелкие объекты можно изучать с их помощью (вспомните: чем меньше длина волны, тем больше разрешающая сила микроскопа). Природа даёт нам ещё одну возможность получения частиц высоких энергий: потоки их проникают из космоса в атмосферу Земли и носят название *космических лучей*, состав которых начали изучать в предвоенные годы.

За столетие, прошедшее со времени открытия в 1897 г. первой элементарной частицы — электрона, было открыто множество частиц (более двухсот), именуемых элементарными. Элементарные частицы, в точном значении этого термина — первичные, далее неразложимые частицы, из которых, по предположению, состоит вся материя. В современной физике термин "элементарные частицы" употребляется не в своём точном значении, а в более широком смысле — для наименования мельчайших частиц материи, не являющихся атомами или атомными ядрами. Массы покоя элементарных частиц принято выражать либо в массах электрона, либо в энергетических единицах (МэВ) по формуле Эйнштейна, связывающую массу и энергию. Так, масса электрона составляет 0,511 МэВ, протона — 938,280 МэВ, нейтрона — 939,573 МэВ и т.д. Элементарные частицы имеют очень широкий спектр масс. Найдены частицы со значительно бо́льшей массой, чем нуклоны, и частицы, масса которых много меньше массы электрона.

Обращает на себя внимание тот факт, что, наряду с таким разнообразием масс, наблюдается удивительное однообразие зарядов элементарных частиц: они могут быть положительными, отрицательными и нейтральными, но заряд любой заряженной элементарной частицы в точности равен по величине заряду электрона, поэтому именно элементарный заряд *е* принят за единицу измерения заряда элементарных частиц.

Для каждой элементарной частицы определено и её время жизни т. В зависимости от времени жизни элементарные частицы делятся на стабильные, квазистабильные ( $\tau > 10^{-20}$  с) и нестабильные ( $\tau \sim 10^{-22}$ – $10^{-24}$  с). Стабильными в пределах точности современных измерений являются электрон ( $\tau > 10^{22}$  лет), протон ( $\tau > 10^{31}$  лет), фотон и нейтрино [18].

Кроме массы, заряда, времени жизни каждая частица имеет собственный механический момент — спин  $L_S$ , который является целым или полуцелым кратным постоянной Планка  $\hbar$ . Естественно, если частица заряжена, то наличие спина влечёт за собой и наличие собственного магнитного момента. Есть и другие характеристики элементарных частиц (странность, чётность и др.), которые мы не рассматриваем в силу их специфичности.

Таким образом, общими характеристиками всех элементарных частиц являются масса m, электрический заряд Q, время жизни  $\tau$  и спин  $L_s$ . Для нестабильных частиц характерна также схема распада.

Наиболее важное квантовое свойство всех элементарных частиц — способность рождаться и уничтожаться (испускаться и поглощаться) при взаимодействии с другими частицами. В этом отношении они полностью подобны фотонам.

Первоначально элементарные частицы классифицировали по их массам: лёгкие — лептоны, средние — мезоны, тяжёлые — барионы. В отдельный класс выделены фотоны. В настоящее время в основу классификации положено их участие в фундаментальных взаимодействиях.

Различные процессы с элементарными частицами заметно отличаются по интенсивности протекания. В соответствии с этим различают *четыре вида фун- даментальных взаимодействий*: *сильное, электромагнитное, слабое и гравита- ционное*. Они перечислены здесь в порядке убывания интенсивности, которая характеризуется их *константами взаимодействия*. Интенсивности перечисленных взаимодействий относятся как 1 :  $10^{-2}$  :  $10^{-10}$  :  $10^{-38}$  [18].

В зависимости от участия в тех или иных видах взаимодействий все изученные элементарные частицы, за исключением фотона, разделены на две основные группы: *адроны* и *лептоны*. Адроны характеризуются наличием у них сильного взаимодействия наряду с электромагнитным и слабым, лептоны участ-

вуют только в электромагнитном и слабом взаимодействиях. В гравитационном участвуют все, включая фотон.

Лептонов всего шесть: электрон *e*, мюон µ,  $\tau$ -лептон; электронное, мюонное и  $\tau$ -лептонное нейтрино:  $v_e$ ,  $v_{\mu}$ ,  $v_{\tau}$ . Нейтрино имеет массу покоя, близкую к нулю. Три сорта нейтрино несколько отличаются друг от друга по массе и не имеют заряда. Мюон обладает массой, составляющей примерно 273 массы электрона. Самый тяжелый лептон —  $\tau$ -лептон, открытый в 1975 году. Он тяжелее электрона примерно в 4000 раз. Электрон и все нейтрино стабильны, время жизни мюона 2,2·10<sup>-6</sup> с, время жизни  $\tau$ -лептона 3,5·10<sup>-13</sup> с. Все лептоны имеют античастицы, при взаимодействии с которыми аннигилируют, то есть превращаются в кванты энергии — фотоны:

$${}_{-1}e^0 + {}_{+1}e^0 \stackrel{\longrightarrow}{\longrightarrow} \gamma^0_0 + \gamma^0_0. \tag{4.16}$$

Здесь в качестве примера приведена реакция превращения электрона и его античастицы — позитрона в два у-кванта. Встречные стрелочки указывают, что возможна и обратная реакция — превращение квантов энергии в вещество в виде частицы и античастицы. Как и в ядерных реакциях, здесь указаны лишь значения массовых чисел, которые для частиц, участвующих в реакции (4.16), равны нулю.

Класс адронов значительно обширнее класса лептонов. В свободном состоянии они распадаются (кроме протона), то есть нестабильны. К адронам относятся *мезоны* — средние частицы, *нуклоны* — протон и нейтрон, и *гипероны* — тяжёлые частицы. Мезоны имеют массу, примерно в 300 раз превосходящую массу электрона, они различаются по знакам зарядов и по времени жизни. Мезоны сначала были обнаружены в космических лучах (С. Пауэлл, 1947 г.), а затем и на ускорителях при бомбардировке ядер ускоренными частицами. Согласно гипотезе японского физика Юкавы  $\pi$ -мезоны (современное название *пионы*) являются квантами ядерного поля, которое связывает вместе протоны и нейтроны. Три типа  $\pi$ -мезонов — положительные, отрицательные и нейтральные осуществляют три типа связей: протон-протон, нейтрон-нейтрон, нейтронпротон.

*Нуклоны* — протон и нейтрон, составляющие ядро атома, обладают массой, не равной, но близкой к одной а.е.м. Они стабильны лишь внутри ядра. В свободном состоянии нейтроны быстро (в течение 12–15 минут) распадаются на другие частицы. Распад нейтрона происходит и в тяжёлых ядрах, что приводит к β-радиоактивности — превращению одного ядра в другое с испусканием электрона и антинейтрино:

$$_{0}n^{1} \rightarrow _{1}p^{1} + _{-1}e^{0} + _{0}\tilde{\nu}^{0}.$$
 (4.17)

Внутри ядра возможна и обратная реакция, при которой протон превращается в нейтрон, испуская позитрон и нейтрино:

$${}_{1}p^{1} \rightarrow {}_{0}n^{1} + {}_{+1}e^{0} + {}_{0}v^{0}.$$
(4.18)

Все реакции между элементарными частицами идут с выполнением законов сохранения массы, заряда, спина.

Нуклоны обладают полуцелым спином так же, как и все лептоны:

$$L_S = J \frac{h}{2\pi} = J\hbar, \qquad (4.19)$$

где  $L_s$  — собственный механический момент частицы (*спин*). Для электрона и нуклонов квантовое число  $J = \pm \frac{1}{2}$ . Если частица заряжена, то существование спинового механического момента естественно влечет за собой появление магнитного момента: магнитное поле вызывается движущимися зарядами. Но магнитный момент имеют и нейтральные адроны. Нейтрон, например, имеет магнитный момент, близкий по величине магнитному моменту протона: отношение этих моментов, как показывает опыт,  $\mu_n/\mu_p = -0,685$ . Античастицы нейтральных частиц имеют противоположный по знаку магнитный момент.

Опыты, проведённые в 1960-х годах, показали, что нуклоны имеют внутреннюю структуру, и, следовательно, должны быть признаны скорее сложными, чем элементарными. Обстрел мишени из протонов (водорода) электронами, ускоренными в мощных ускорителях, дал возможность выявить внутри протонов частицы, соразмерные электрону. Действительно, выполнение закона сохранения импульса приводит к тому, что частица, ударившись о другую, значительно превосходящую её по массе, отскакивает от неё практически без потери скорости. Встретив же соразмерную себе частицу, она передаёт ей часть своего импульса, приводит её в движение за счёт своей собственной скорости. Если бы протоны были твёрдыми неделимыми частицами, электроны рассеивались бы ими абсолютно упруго. Однако этого не происходит. На основании этого американский физик Р. Фейнман выдвинул гипотезу о наличии внутри нуклонов частиц, которые он назвал *партонами* (part — часть). Масса партонов соизмерима с массой быстрых электронов, поэтому, сталкиваясь с партонами, электроны теряют скорость.

В 1964 г. швейцарский физик Г. Цвейг и независимо от него М. Гелл–Ман (США) высказали гипотезу, согласно которой все адроны состоят из более мелких частиц — кварков. Отличительная черта кварков — их дробный заряд. Первоначально гипотеза оперировала тремя кварками: и-кварк с зарядом, составляющим 2/3 заряда электрона, d-кварк с зарядом –1/3 и s-кварк с таким же зарядом –1/3 заряда электрона. Массы свободных кварков неизвестны, но определено, что внутри нуклона эффективная масса s-кварка на 146 МэВ больше массы двух других кварков. Спин каждого кварка полуцелый и, естественно, каждый кварк имеет собственный магнитный момент. Сорт кварка назвали ароматом.

Для образования мезона достаточно двух кварков: кварка (q) и антикварка  $(\tilde{q})$ . Барионы составлены из трёх кварков. Протон и нейтрон образуются из трёх лёгких кварков с ароматами u и d; *s*-кварки нужны для образования более тяжёлых частиц — гиперонов.

Мезоны, составленные из двух кварков ( $\pi^+ = u\tilde{d}$ ;  $\pi^- = \tilde{u}d$ ), должны иметь либо нулевой, либо целый спин, как того и требует опыт. Нуклоны же, составленные из трёх кварков будут иметь полуцелый спин, опять-таки в полном соответствии с опытом. Но наиболее впечатляющее совпадение с опытом получе-

но при сравнении отношения магнитных моментов нейтрона и протона, подсчитанных по кварковой модели, с опытным значением этой величины.

Нейтрон, для того, чтобы его заряд был равен нулю, должен состоять из одного *u*-кварка и двух *d*-кварков (n = udd). Протону положительный заряд, равный единице, обеспечивают два *u*-кварка и один *d*-кварк (p = uud) (проверьте!). Поскольку каждый кварк имеет магнитный момент, можно найти магнитные моменты нейтрона (и понять, почему он не равен нулю при отсутствии заряда!), и протона. Отношение этих моментов оказалось очень близким к опытному значению этой величины:  $\mu_n/\mu_p = -0,667 \approx -0,685$  (см. выше).

Это совпадение явилось серьёзным подтверждением гипотезы кварков. Мы всегда подчёркивали, что истинность теории подтверждается не только совпадением её выводов с опытом, но и тем, насколько теория способна предсказать новые факты. Гипотезе кварков удалось это сделать. Поясним, как это произошло. Число различных частиц, составленных из трёх кварков, легко найти — это всего десять комбинаций:

			SSS		
		uss		dss	
	uus	ıs uds		UUS	
иии		uud		udd	ddd

В вершине этой пирамиды стоит самая тяжёлая частица из этого набора. По свойствам *s*-кварка можно предсказать не только массу, но и все остальные свойства этой частицы. Мы обращаем внимание именно на неё, поскольку к моменту опубликования гипотезы были известны лишь девять частиц указанной совокупности. Их свойства хорошо объяснялись их кварковым составом, но десятой частицы известно не было. Она была открыта в том же 1964 году, всего через несколько месяцев после опубликования гипотезы кварков. Её масса и другие свойства в точности соответствовали предсказанным. Эту частицу назвали  $\Omega^-$  (*минус-омега-гиперон*).

Казалось бы, теперь гипотезу можно считать теорией. Но для полного её подтверждения необходимо на опыте наблюдать частицы с дробным зарядом. Многочисленные повторения опытов Милликена и Иоффе [16] не дали положительных результатов. Частицы с дробными зарядами обнаружены не были, т.е. можно утверждать, что кварки в свободном состоянии не встречаются. Вполне вероятно предположить, что это происходит из-за очень большой энергии их связи внутри элементарных частиц. Разбить адроны на кварки пока не удаётся. Действительно, из соотношения неопределённостей следует, что энергия кварков внутри нуклона очень велика из-за малого значения неопределённости по координате:

$$\Delta p \Delta x \ge \hbar$$
, откуда  $\Delta p \ge \hbar / \Delta x$ . (4.20)

Напомним, что неопределённость по импульсу  $\Delta p$  определяет минимальное вероятное значение самого импульса, а значит, и энергии  $p^2/2m$ . Для обеспечения столь высокой энергии необходимо очень сильное *кварковое* поле, квант которого назван *глюоном*.

Минус-омега-гиперон не завершил цепь открытий в области элементарных частиц, хотя из трёх кварков можно построить только десять частиц. В 1974 году была открыта *J*/Ψ-частица (одновременно двумя исследователями, поэтому имеет двойное название). Для объяснения её свойств потребовался четвёртый, более тяжёлый кварк. Его назвали *с*-кварк (charm — очарование). В 1977 году открыли ещё более тяжёлую Υ-частицу. Она тяжелее протона в 10 раз. Это заставило предположить существование пятого кварка — *b*-кварка (beauty — красота). Последний из кварков — *t*-кварк — был открыт в 1994 году. Этот шестой кварк оказался очень короткоживущим, поэтому он «рождается и умирает свободным», то есть не принимает участия в образовании какой-либо частицы.

Кварки по своим свойствам группируются парами: *u-d, s-c, b-t*. Согласно существующим гипотезам, основанным на соображениях симметрии, число лептонов должно равняться числу элементарных кварков. В табл. 1 приведены обозначения и основные свойства 12 частиц, которые сегодня считаются истинно элементарными. Таблица 1

Класс Заряд Спин Обозначение  $+\frac{2}{3}$  $\frac{1}{2}$ С t и Кварки  $-\frac{1}{3}$  $\frac{1}{2}$ b d S  $\frac{1}{2}$ 0  $\nu_{\tau}$ ν<sub>e</sub>  $\nu_{\mu}$ Лептоны  $\frac{1}{2}$ е -1 μ τ

Являются ли эти двенадцать частиц последними неделимыми кирпичиками мироздания, сказать трудно. Вероятнее всего — нет. И, возможно, прав был Ньютон, когда писал, что деление составляющих вещество частиц является непрерывной последовательностью: «...мельчайшие частицы материи могут соединяться воедино благодаря очень сильному притяжению и составлять большие частицы, но обладающие меньшим совершенством, а эти последние могут снова объединяться и образовывать ещё большие частицы, но ещё менее совершенные, и эта непрерывная последовательность будет продолжаться до тех пор, пока дело не дойдёт до конца последовательности, до огромных частиц, от которых зависят процессы в химии, цвет природных тел и которые, объединяясь, дают сложные тела ощутимых размеров».

В заключение заметим, что вопрос об элементарных частицах изложен в стиле и на основе блестящих обзорных статей В. Гейзенберга, Я. Зельдовича и др. в журнале "Успехи физических наук" [10], [11], [12], [13], [14]. В тексте ссылки на каждую из них опущены.