Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Южно-Уральский государственный университет
Филиал в г. Златоусте
Кафедра физики №3

53(07)
Е70

М.Е. Белова, О.В. Маршалов

РУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Учебное пособие

Часть 3

Под редакцией В.И. Биглера

Челябинск
Издательство ЮУрГУ
2008

1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Задача 1.1. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом (λ = 500 нм). Расстояния между отверстиями d = 1 мм, от отверстий до экрана L = 3 м. Найти расстояние между максимумами 3-го порядка.

Дано:
λ = 500 нм = $5 \cdot 10^{-7}$ м
d = 1 мм = 10^{-3} м
L = 3 м
k = 3

H– ?

Решение:

В опыте Юнга лучи, выходящие из отверстий, – когерентные, и на экране образуется интерференционная картина – чередование светлых и темных полос. В центре экрана расположен центральный максимум, по обе стороны от него – максимумы первого, второго, третьего и т.д. порядков.

На схеме (рис. 1.1) буквами обозначены: S_1 и S_2 – отверстия, O – центральный максимум, A и B – точки экрана, расположенные напротив отверстий, C и D – максимумы k-го порядка, d – расстояние между отверстиями, L – расстояние от отверстий до экрана, h – расстояние от центрального максимума до максимума k –го порядка.

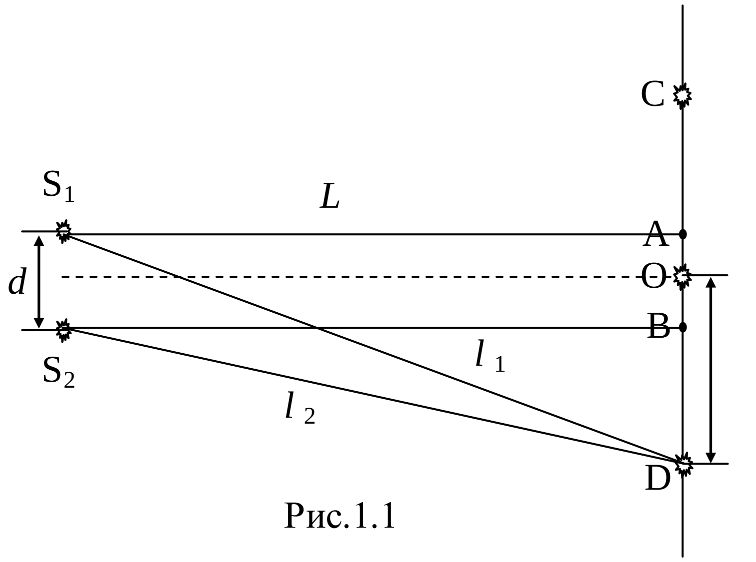

Рис.1.1

Для светлых полос выполняется условие максимума

$$\Delta = k\lambda, \qquad (1.1)$$

где Δ – оптическая разность хода интерферирующих лучей, k – порядок спектра (номер светлой полосы), λ – длина волны света. Т.к. интерференция наблюдается в воздухе, то оптическая разность хода равна геометрической разности хода лучей, сходящихся в одной точке на экране. Рассмотрим образование k-го максимума в точке D. Обозначим l_1 и l_2 ходы лучей от источников S_1 и S_1 до точки D. Разность их хода равна $\Delta = l_1 - l_2$.

Рассмотрим прямоугольные треугольники S_1AD и S_2BC. На основании теоремы Пифагора запишем:

$$\begin{aligned} S_1D^2 &= S_1A^2 + AD^2 \\ S_2D^2 &= S_2B^2 + BD^2 \end{aligned} \qquad (1.2)$$

Из рисунка видно, что

$$S_1D = l_1,\ S_2D = l_2;$$
$$S_1A = S_2B = L;$$
$$AD = h + d/2;\ BD = h - d/2.$$

Подставим эти значения в (1.2) и вычтем почленно:

$$l_1^2 = L^2 + (h + d/2)^2$$

$$l_2^2 = L^2 + (h - d/2)^2$$
$$l_1^2 - l_2^2 = 2hd$$

Распишем слева разность квадратов:

$$(l_1 - l_2)\,(l_1 + l_2) = 2hd$$

Так как $d \ll L$, то можно считать $l_1 \approx l_2 \approx L$ и $l_1 + l_2 = 2L$, тогда последнее выражение примет вид:

$$(l_1 - l_2)\,2L = 2hd$$

или

$$\Delta L = hd,$$

где $\Delta = k\lambda$. Отсюда найдем расстояние от центрального максимума до максимума k –го порядка:

$$h = \frac{k\lambda L}{d}.$$

Для третьего максимума $k = 3$ и расстояние между двумя максимумами третьего порядка равно

$$H = 2h = \frac{3\lambda L}{d}.$$

Наименование: $[H] = \frac{м \cdot м}{м} = м$.

Вычисление: $H = \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 3}{10^{-3}} = 45 \cdot 10^{-4} = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ (м).

Ответ: расстояние между максимумами третьего порядка составляет 4,5 мм.

Задача 1.2. На мыльную пленку падает белый свет под углом $\varphi = 60°$ к поверхности пленки. При какой минимальной толщине h пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет (λ = 600 нм)? Показатель преломления мыльной воды $n = 1{,}33$.

Дано:

$\varphi = 60°$

λ = 600 нм = $6 \cdot 10^{-7}$м

$n = 1{,}33$

---

h –?

Решение:

Белый свет представляет собой совокупность света всех длин волн. Если отраженные лучи окрашены в желтый цвет, значит именно эти лучи максимально усилены в результате интерференции, т.е. для этой длины волны λ выполняется условие максимума (1.1). При минимальной толщине пленки наблюдаться будет только один порядок спектра, т.е. $k = 1$.

Интерференция в данном случае наблюдается по классической схеме, т.е. в результате разделения светового луча на два на границе раздела двух сред (рис.1.2). Луч, падающий на поверхность пленки (угол падения $\alpha = \pi/2 - \varphi$), на границе раздела двух сред (воздух – мыльная вода) в точке А делится на два когерентных луча. Один луч отражается под углом, равным углу α, а второй, преломляясь, проходит вглубь пленки, отражается от нижней границы пленки и, еще раз преломляясь, выходит в воздух параллельно первому отраженному лучу. Человеческий глаз играет роль собирающей линзы, в нем эти параллельные лучи сходятся в фокусе и интерферируют. Из рисунка найдем оптическую разность хода для этих лучей:

$$\Delta = \left(AB + BC\right)n - AD + \frac{\lambda}{2}$$

или

$$\Delta == 2ABn - AD + \frac{\lambda}{2}.$$

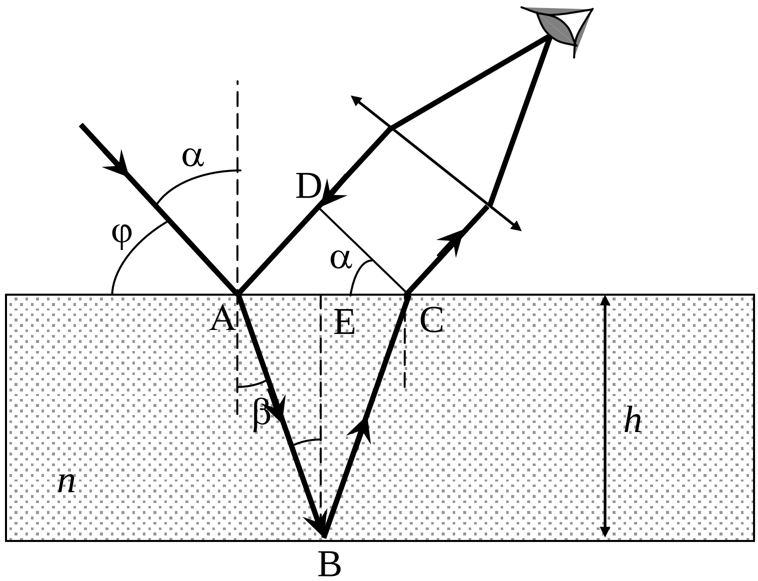

Рис. 1.2

В точке А луч отражается от оптически более плотной среды и изменяет фазу колебаний на противоположную, это соответствует увеличению оптической разности хода на $\frac{\lambda}{2}$. Распишем отрезки в последнем выражении:

$$AB = \frac{BE}{\cos\beta} = \frac{h}{\cos\beta}, AD = AC\cos\alpha = 2AE\sin\alpha, AE = BE\cdot tg\beta = h\cdot tg\beta .$$

Подставим все это в выражение для оптической разности хода:

$$\Delta = \frac{2hn}{\cos\beta} - 2htg\beta\sin\alpha + \frac{\lambda}{2} = \frac{2hn}{\cos\beta} - \frac{2h\sin\beta\sin\alpha}{\cos\beta} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2h}{\cos\beta}\left(n - \sin\beta\sin\alpha\right) + \frac{\lambda}{2}$$

Из закона преломления света:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n, \quad \sin\alpha = n\sin\beta,$$

тогда

$$\Delta = \frac{2h}{\cos\beta}\left(n - n\sin^2\beta\right) + \frac{\lambda}{2} = \frac{2hn\left(1-\sin^2\beta\right)}{\cos\beta} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2hn\cos^2\beta}{\cos\beta} + \frac{\lambda}{2} = 2hn\cos\beta + \frac{\lambda}{2}$$

Заменим $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}{n^2}} = \sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{n^2}}$,

тогда оптическая разность хода лучей равна

$$\Delta = 2hn\sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{n^2}} + \frac{\lambda}{2} .$$

Запишем для нее условие максимума (1.1) при $k = 1$:

$$2hn\sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{n^2}} + \frac{\lambda}{2} = \lambda$$

$$2hn\sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{n^2}}=\frac{\lambda}{2}$$

и выразим отсюда минимальную толщину мыльной пленки h:

$$h=\frac{\lambda}{4n\sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{n^2}}}\ .$$

Наименование: $h=[м]$

Вычисление:

$$h=\frac{6\cdot10^{-7}}{4\cdot1{,}33\sqrt{1-\frac{\cos^2 60°}{1{,}33^2}}}=\frac{1{,}158\cdot10^{-7}}{\sqrt{1-\frac{0{,}25}{1{,}77}}}=\frac{1{,}158\cdot10^{-7}}{0{,}9267}=1{,}25\cdot10^{-7}\text{ (м)}.$$

Ответ: отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет, если пленка имеет постоянную толщину h = 1,25·10^{-7} м.

Задача 1.3. При освещении плосковыпуклой линзы, лежащей на стеклянной пластинке, желтой линией натрия (λ = 589 нм) в проходящем свете наблюдаются кольца Ньютона. Найти радиус линзы, если расстояние между 5-м и 6-м светлым кольцом равно 2 мм.

Дано:

λ = 589 нм = 5,89·10^{-7} м

$l = r_6 - r_5$ = 2 мм = 2·10^{-3} м

R – ?

Решение:

Рассмотрим механизм образования k-го светлого кольца в проходящем свете (рис. 1.2). От элемента источника света S луч падает нормально на линзу и на границе раздела двух сред в точке B делится на два луча. Один луч проходит сквозь пластину в том же направлении. Второй луч в точке B отражается от пластины, возвращается назад и, отражаясь от линзы в точке A, также проходит сквозь пластину. Лучи 1 и 2 когерентны, поэтому при наложении могут интерферировать. Для светлых колец выполняется условие максимума (1.1).

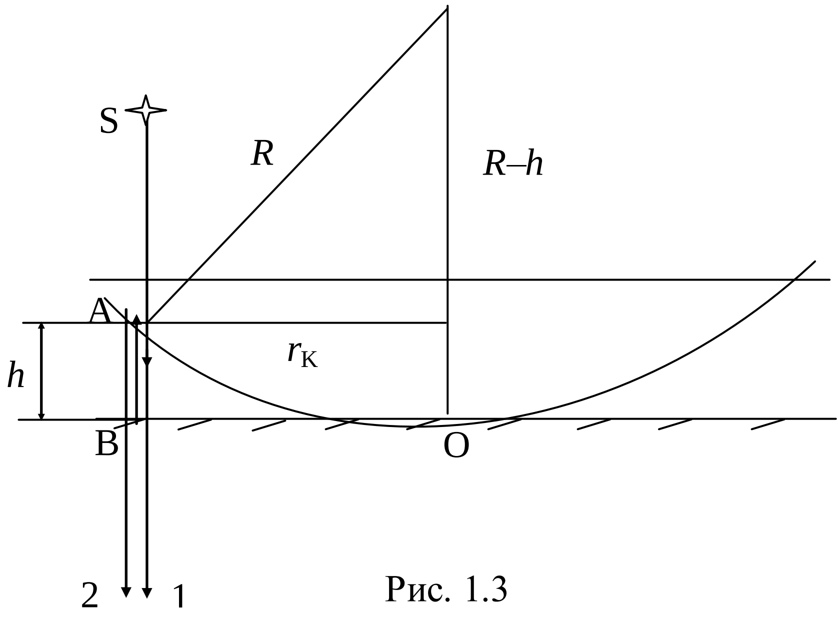

Рис. 1.3

Если толщина воздушного зазора в данном месте равна h, то, как видно из рисунка, оптическая разность хода лучей 1 и 2 составляет

$$\Delta = 2hn.$$

После деления луча отражение от оптически более плотной среды происходит дважды, поэтому $\lambda/2$ добавлять не нужно. Показатель преломления среды между линзой и пластиной $n = 1$ (воздух), поэтому, приравнивая, получим

$$2h = k\lambda.$$

Тогда толщина воздушного зазора в данном месте равна

$$h = \frac{k\lambda}{2}, \tag{1.3}$$

Линза обладает круговой симметрией, поэтому для нормально падающего на нее светового пучка такая толщина зазора будет сохраняться по всей окружности с радиусом $r_К$, и в проходящем свете будут наблюдаться светлые кольца с таким же радиусом.

Из прямоугольного треугольника по теореме Пифагора найдем $r_К$:

$$r_К = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} = \sqrt{R^2 - R^2 + 2Rh - h^2} = \sqrt{2Rh - h^2}.$$

В подобных опытах радиус линзы велик, и величина зазора между линзой и пластиной очень мала, поэтому h^2 можно пренебречь:

$$r_К = \sqrt{2Rh}, \tag{1.4}$$

Подставим (1.3) в (1.4) и получим радиус k-го светлого кольца в проходящем свете:

$$r_К = \sqrt{kR\lambda}.$$

Теперь можно найти расстояние между пятым и шестым светлым кольцом как разницу между радиусами этих колец:

$$l = r_6 - r_5 = \sqrt{6R\lambda} - \sqrt{5R\lambda} = \sqrt{R\lambda}(\sqrt{6} - \sqrt{5}).$$

Возведем в квадрат и упростим это выражение:

$$l^2 = R\lambda\,(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2 = R\lambda\,(2{,}45 - 2{,}24)^2 = 0{,}0441\,R\lambda,$$

выразим радиус линзы:

$$R = \frac{l^2}{0{,}0441\lambda}.$$

Наименование: $[R] = м^2 / м = м$.

Вычисление: $R = \dfrac{(2\cdot 10^{-3})^2}{0{,}0441\cdot 5{,}89\cdot 10^{-7}} = \dfrac{4\cdot 10^{-6}}{0{,}26\cdot 10^{-7}} = 15{,}4\cdot 10 = 154\,(м)$.

Ответ: радиус линзы равен $R = 154$ м.

Задача 1.4. Вертикально расположенная мыльная пленка образует клин высотой 10 см. При нормальном освещении поверхности пленки монохроматическим светом ($\lambda = 550$ нм) в отраженном свете наблюдаются 5 светлых полос на 1 см. Найти максимальную толщину пленки и угол клина.

Дано:

λ = 550 нм = $5{,}5 \cdot 10^{-7}$ м
H = 10 см = 10^{-1} м
N = 5
l = 1 см = 10^{-2} м

d – ?
γ – ?

Решение:

Максимальная толщина пленки достигается в основании клина (рис. 1.4). Луч монохроматического света, падающий на поверхность пленки в точке А, делится на две части: одна часть (луч 1) отражается от поверхности пленки, другая (луч 2) проходит сквозь пленку, отражается в точке В от внутренней поверхности пленки, возвращается назад и выходит из клина параллельно лучу 1. Т.к. образующийся клин очень тонкий, преломлением луча внутри клина можно пренебречь. Лучи 1 и 2 когерентны и в точке схождения (в глазу наблюдателя) могут интерферировать, если для них будет выполняться условие минимума или максимума. Такие же условия создадутся для всех лучей, падающих на боковую поверхность клина в точках, лежащих на прямолинейном отрезке, проходящем через точку А и перпендикулярном плоскости рисунка. При выполнении условия максимума, эти точки образуют светлую интерференционную полосу. Оптическая разность хода для лучей 1 и 2 равна

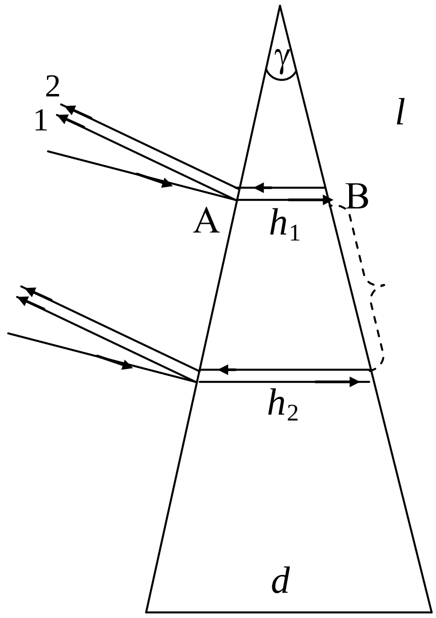

Рис.1.4

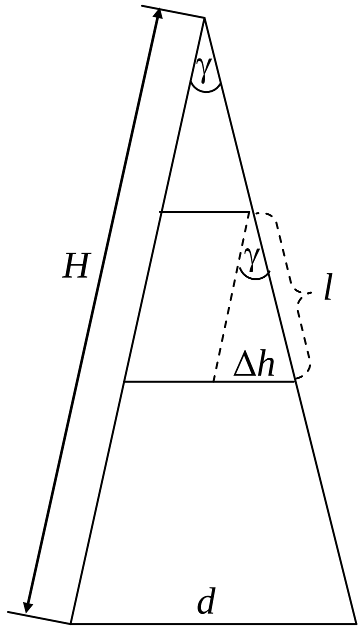

Рис.1.5

$$\Delta_1 = 2h_1n + \lambda/2,$$

где h_1 – толщина клина в точке падения луча, n – показатель преломления вещества пленки, $\lambda/2$ добавляем, т.к. в точке А имеет место отражение луча от оптически более плотной среды, при этом фаза колебаний световой волны изменяется на противофазу, что соответствует изменению разности хода на $\lambda/2$.

Применяя условие максимума (1.1), получим:

$$\Delta_1 = 2h_1n + \lambda/2 = k_1\lambda..$$

Теперь рассмотрим условия возникновения светлой полосы, удаленной от первой на расстояние l. Толщина клина в этом месте равна h_1, и оптическая разность хода интерферирующих лучей составляет:

$$\Delta_2 = 2h_2n + \lambda/2 = k_2\lambda.$$

Вычтем $\Delta_2 - \Delta_1 = 2n(h_2 - h_1) = (k_2 - k_1)\lambda$. и обозначим $\Delta h = h_2 - h_1$. Т.к. на этом участке, по условию, укладывается N = 5 полос, то $k_2 - k_1 = N$. Тогда

$$2n\,\Delta h = N\lambda,$$

отсюда $\Delta h = \dfrac{N\lambda}{2n}$.

Из подобия треугольников (рис.1.5) следует:

$$\frac{\Delta h}{l} = \frac{d}{H}$$

или

$$\frac{N\lambda}{2nl} = \frac{d}{H},$$

отсюда найдем толщину клина:

$$d = \frac{N\lambda H}{2nl}.$$

Найдем также малый угол клина:

$$\gamma \approx \mathrm{tg}\,\gamma \approx \frac{d}{H} = \frac{N\lambda}{2nl}.$$

Вычислим: $d = \dfrac{5\cdot 5{,}5\cdot 10^{-7}\cdot 10^{-1}}{2\cdot 1{,}33\cdot 10^{-2}} = 10{,}3\cdot 10^{-6}\,(м)$

$$\gamma = \frac{5\cdot 5{,}5\cdot 10^{-7}}{2\cdot 1{,}33\cdot 10^{-2}} = 10{,}3\cdot 10^{-5} = 10^{-6}\,(рад).$$

Ответ: d = 1 мкм, $\gamma = 10^{-6}$ рад.

2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Задача 2.1. На расстоянии L = 1 м от дифракционной решетки, имеющей 100 штрихов на 1 мм длины, расположен экран. Найти наибольший порядок k_{max} спектра для желтой линии натрия (λ = 589 нм). Какова ширина спектра первого порядка при облучении этой решетки белым светом? (Границами видимого спектра считать длины волн от 400 до 700 нм).

Дано:

λ_1 = 589 нм = $5{,}89\cdot 10^{-7}$ м
l = 1 мм = 10^{-3} м
N = 100
L = 1 м
λ_{MAX} = 700 нм = $7\cdot 10^{-7}$ м
λ_{MIN} = 400 нм = $4\cdot 10^{-7}$ м

k_{MAX} – ? H –?

Решение:

Дифракционная картина, даваемая дифракционной решеткой, выглядит как чередование светлых и темных полос. В центре картины находится главный дифракционный максимум, по обе стороны от него располагаются максимумы первого, второго, третьего и т.д. (k-го) порядка. На схеме (рис.2.1) буквами обозначены: ДР – дифракционная решетка, Э – экран, L – расстояние от решетки до экрана, φ – угол дифракции, А – центральный максимум, В – максимум k-го порядка.

Формула дифракционной решетки:

$$d \sin \varphi = k\lambda, \qquad (2.1)$$

где $d = \dfrac{l}{N}$ – период решетки; φ – угол дифракции; k – порядок спектра; λ – длина волны падающего света.

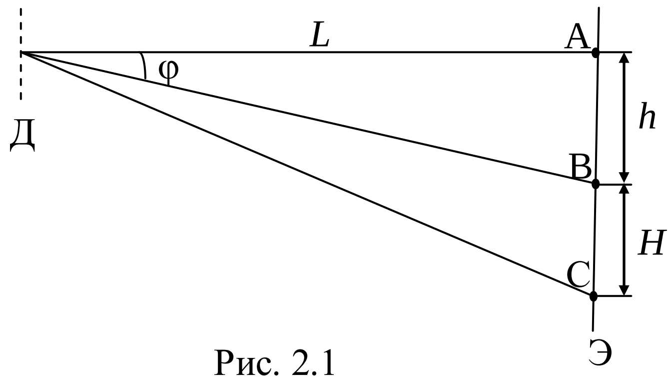

Рис. 2.1

Максимальное значение $\sin \varphi = 1$, значит, максимальное значение порядка спектра: $k_{\max} = \dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{l}{N\lambda}$.

Вычислим: $k_{\max} = \dfrac{10^{-3}}{100 \cdot 5{,}89 \cdot 10^{-7}} = 0{,}1698 \cdot 10^{2} = 16{,}98$, т.е. спектр 17-го порядка уже не наблюдается, и максимальный наблюдаемый спектр $k_{\max} = 16$.

Из формулы дифракционной решетки (2.1) следует, что максимальному значению угла дифракции соответствует максимальное значение длины волны света, т.е. свет с максимальной длиной волны видимого спектра ($\lambda_{\max} = 700$ нм) создает максимум в точке С, а с минимальной длиной волны ($\lambda_{\min} = 400$ нм) – в точке В. Определим положение максимума k – го порядка. Так как угол дифракции мал, то можно считать $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \dfrac{h_k}{L}$, тогда формула дифракционной решетки (2.1) примет вид:

$$d \operatorname{tg} \varphi = k\lambda$$

или

$$\frac{dh_k}{L} = k\lambda ,$$

отсюда расстояние между центральным и максимумом k-го порядка

$$h_k = \frac{Lk\lambda}{d} .$$

Для первого порядка $k = 1$, $h_K = \dfrac{L\lambda}{d}$, и ширина спектра первого порядка равна:

$$H = h_{MAX} - h_{MIN} = \frac{L(\lambda_{MAX} - \lambda_{MIN})}{d} = \frac{L(\lambda_{MAX} - \lambda_{MIN})N}{l} .$$

Наименование: $[H] = \dfrac{м \cdot м}{м} = м$

Вычисление: $H = \dfrac{1(7-4)\cdot 10^{-7} 100}{10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-2}$ (м).

Ответ: для данной длины волны решетка дает 16 спектров, ширина спектра первого порядка при облучении белым светом составляет 3 см.

Задача 2.2. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии L = 4 м от точечного источника монохроматического света (λ = 500 нм). Посредине между источником и экраном помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком диаметре D отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным?

Дано:	*Решение:*
$\lambda = 500$ нм $= 5\cdot10^{-7}$м $L = 4$ м	
R– ?	

Точечный источник света создает сферические волны. На рисунке показан волновой фронт, дошедший до диафрагмы (рис.2.2), буквами обозначены: S –точечный источник света, R – радиус волнового фронта, Д – диафрагма, Э – экран, AB – отверстие в диафрагме, O – центр дифракционной картины на экране, L – расстояние от источника света до экрана. Отверстие в диафрагме “вырезает” фрагмент волнового фронта в форме шарового сегмента высотой h, который можно разбить на k зон Френеля. Пусть l – расстояние от вершины волнового фронта до центра экрана, тогда для k-ой зоны выполняется условие AO = $l + k\lambda/2$ и ее радиус равен половине диаметра отверстия

$$r_k = D/2. \qquad (2.2)$$

Найдем радиус k-ой зоны Френеля из двух прямоугольных треугольников SAC и OAC по теореме Пифагора:

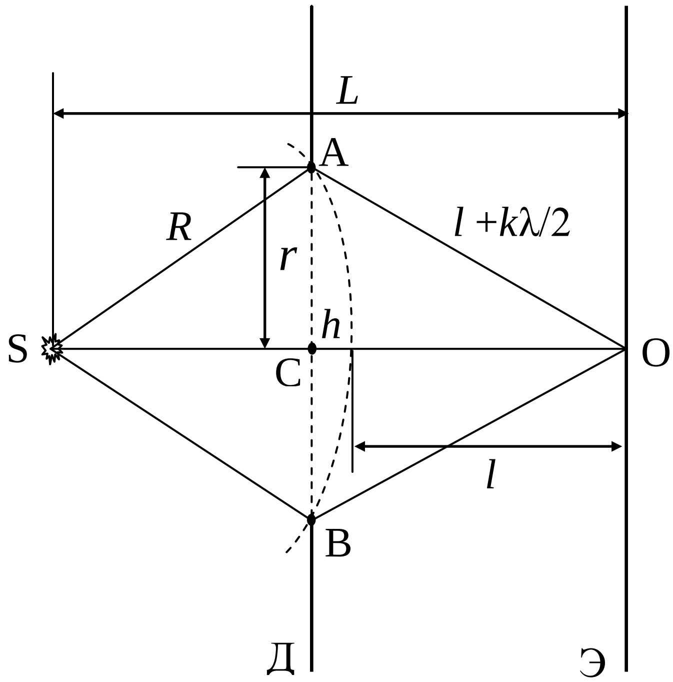

Рис. 2.2

$$r_k^2 = SA^2 - SC^2, \qquad r_k^2 = AO^2 - OC^2. \qquad (2.3)$$

Из рисунка следует: SA = R, SC = $R - h$, AO = $l + k\lambda/2$, OC = $l + h$.

Подставим эти значения в (2.3) и приравняем:

$$r_K^2 = R^2 - (R-h)^2 = 2Rh - h^2 \qquad (2.4)$$

$$r_K^2 = (l + k\lambda/2)^2 - (l+h)^2 = lk\lambda + (k\lambda/2)^2 - 2lh - h^2$$

$$2Rh = k\lambda + (k\lambda/2)^2 + 2lh$$

Принимая $(k\lambda/2)^2 \to 0$, получим $2Rh = lk\lambda - 2lh$, отсюда

$$h = \frac{lk\lambda}{2(R+l)} \qquad (2.5)$$

Подставим (2.5) в (2.4) и, пренебрегая h^2, получим:

$$r_k^2 = \frac{2R\cdot lk\lambda}{2(R+l)} = \frac{Rlk\lambda}{R+l}.$$

Таким образом, радиус k-ой зоны Френеля равен

$$r_K = \sqrt{\frac{Rlk\lambda}{R+l}}\,.$$

По условию задачи, $R + l = L$ и, т.к. радиус волнового фронта велик по сравнению с диаметром отверстия, то h – мало, и можно считать $R \approx l \approx L/2$. Тогда диаметр отверстия диафрагмы

$$D = 2\,r_K = 2\sqrt{\frac{Rlk\lambda}{R+l}} = 2\sqrt{\frac{L^2k\lambda}{4L}} = \sqrt{Lk\lambda}\,. \qquad (2.6)$$

Чтобы выяснить, при каком значении k центр дифракционной картины будет наиболее темным, воспользуемся методом векторных диаграмм (рис. 2.3). На диаграмме обозначим A_1 и A_2 – амплитуды колебаний, пришедших в центр дифракционной картины от первой и второй зоны Френеля. Так как соседние зоны гасят друг друга, то суммарная амплитуда, созданная первой и второй зонами, будет равна $A_{12} = A_1 - A_2$. Так как темным центр картины будет только при условии, что в отверстие диафрагмы укладывается четное число зон Френеля, очевидно, что наиболее темным он будет в том случае, если это число равно двум (к примеру, если будет открыто четыре зоны, то амплитуда колебаний от четвертой зоны будет меньше, чем A_2, и, следовательно, вектор результирующей амплитуды будет длиннее).

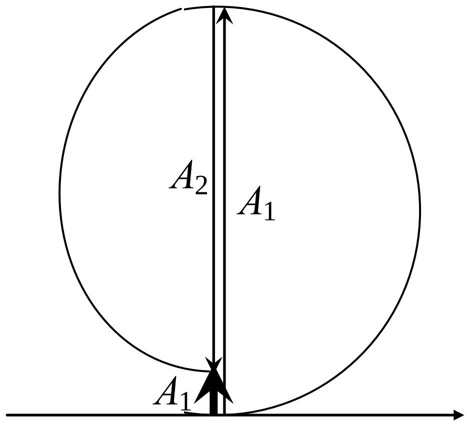

Рис. 2.3

Подставим $k = 2$ в выражение (2.6):

$$D = \sqrt{2L\lambda}$$

и вычислим:

$$D = \sqrt{2\cdot4\cdot5\cdot10^{-7}} = \sqrt{40\cdot10^{-7}} = \sqrt{4\cdot10^{-6}} = 2\cdot10^{-3}\,(\text{м}).$$

Ответ: центр дифракционной картины будет наиболее темным при диаметре отверстия диафрагмы 2 мм.

3. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Задача 3.1. Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током в 1 А до температуры 1000 К. При каком токе нить накаливается до 3000 К?

Дано:

$I_1 = 1$А
$T_1 = 1000$ К
$T_2 = 3000$ К

I_2 – ?

Решение:

Считаем, что вся подводимая к нити мощность идет на тепловое излучение. Тогда мощность излучения будет равна мощности электрического тока

$$P = I^2R.$$

Сопротивление вольфрамовой нити равно

$$R = \rho \frac{l}{s},$$

где ρ – удельное сопротивление вольфрама, l – длина нити, s – ее сечение. Тогда мощность излучения равна

$$P = I^2 \rho \frac{l}{s}.$$

Энергетическая светимость нити – это излучаемая мощность с единицы поверхности тела:

$$R_Э = \frac{P}{S} = \frac{I^2 \rho l}{sS}, \qquad (3.1)$$

где S – площадь излучающей поверхности нити (см. рис. 3.1).

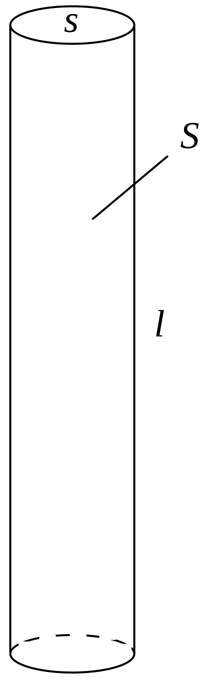

Рис. 3.1

С другой стороны, по закону Стефана-Больцмана, энергетическая светимость равна

$$R_Э = a_\lambda\, \sigma\, T^4, \qquad (3.2)$$

где a_λ – поглощательная способность (коэффициент черноты) вольфрама; $\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4) – постоянная Стефана-Больцмана.

Приравняем выражения (3.1) и (3.2):

$$\frac{I^2 \rho l}{sS} = a_\lambda\, \sigma\, T^4,$$

выразим отсюда силу тока:

$$I^2 = \frac{\alpha_\lambda \sigma T^4 sS}{\rho l}.$$

При увеличении абсолютной температуры вольфрама в три раза должны измениться его удельное сопротивление, объем и поглощательная способность. Т.к. в условии задачи на это не указывается, то пренебрегаем изменением всех геометрических параметров l, s, S , а также изменением a_λ, учитываем только температурную зависимость удельного сопротивления вольфрама

$$\rho_2 = \rho_1(1 + \alpha\, \Delta T) = \rho_1\,(1 + \alpha\,(T_2 - T_1))$$

или

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 + \alpha\,(T_2 - T_1),$$

где $\alpha = 4{,}5\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$ – температурный коэффициент сопротивления вольфрама.

Тогда для двух разных токов и температур запишем

$$I_1^2 = \frac{\alpha_\lambda \sigma T_1^4 sS}{\rho_1 l}, \quad I_2^2 = \frac{\alpha_\lambda \sigma T_2^4 sS}{\rho_2 l},$$

найдем отношение

$$\frac{I_1^2}{I_2^2}=\frac{T_1^4\rho_2}{T_2^4\rho_1}=\frac{T_1^4\left(1+\alpha\left(T_2-T_1\right)\right)}{T_2^4}$$

и выразим силу тока при температуре T_2:

$$I_2=I_1\frac{T_2^2}{T_1^2\sqrt{1+\alpha\left(T_2-T_1\right)}}.$$

Наименование: $\left[I\right]=A\dfrac{K^2}{K^2\sqrt{1+K^{-1}\cdot K}}=A$.

Вычисление:

$$I_2=1\cdot\frac{3000^2}{1000^2\sqrt{1+4{,}5\cdot10^{-3}\left(3000-1000\right)}}=\frac{9}{\sqrt{1+9}}=\frac{9}{3{,}16}=2{,}85\approx 3\ \text{(А)}.$$

Ответ: нить накаливается до 3000 К при токе I_2 = 3 А.

4. МОДЕЛЬ АТОМА БОРА

Задача 4.1. Найти момент импульса и линейную скорость электрона на третьей боровской орбите в ионе гелия He^+.

Дано:
n = 3
L – ? υ – ?

Решение:

Согласно теории водородоподобных атомов Бора, в ионе гелия электрон может двигаться по круговым орбитам под действием кулоновской силы притяжения к ядру (рис. 4.1). Радиусы разрешенных орбит r_{n} связаны с линейными скоростями υ_{n} электрона на этих орбитах правилом квантования:

$$m\upsilon_n r_n=\frac{h}{2\pi}n, \qquad (4.1)$$

где m – масса электрона, $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, n – номер орбиты.

В левой части равенства стоит $L_{\text{n}}= m\upsilon_n r_n$ – момент импульса электрона на n-ой орбите. Направление вектора $\vec{L}$ определяем по правилу правой руки по направлению движения электрона (рис. 4.1).

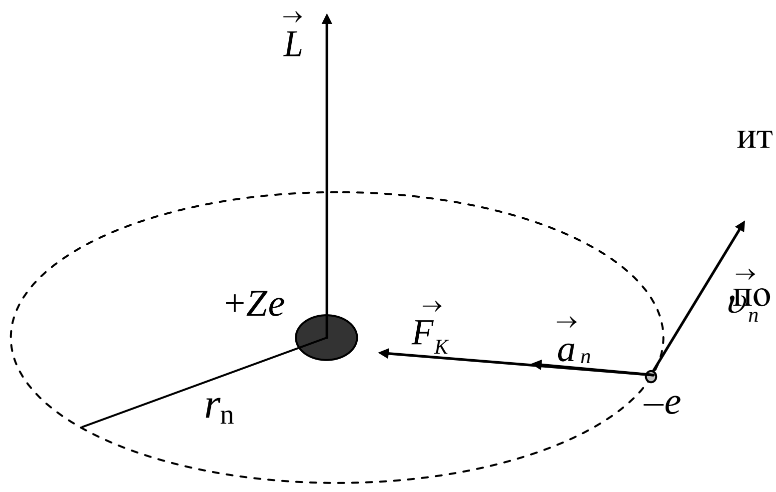

Рис. 4.1

Для третьей орбиты $n = 3$ и величина вектора L равна

$$L=\frac{3h}{2\pi}. \qquad (4.2)$$

Для нахождения линейной скорости запишем второй закон Ньютона для электрона:

$$\vec{F}_K = m\vec{a}_n \,, \tag{4.3}$$

где кулоновская сила взаимодействия электрона и ядра

$$F_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n^2}\,, \tag{4.4}$$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная,

$a_n = \dfrac{\upsilon_n^2}{r_n}$ – нормальное ускорение электрона.

Подставим выражения для силы и ускорения во второй закон Ньютона:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n^2} = \frac{m\upsilon_n^2}{r_n}\,, \tag{4.5}$$

или

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0} = m\upsilon_n^2 r_n = L_n\upsilon_n\,,$$

откуда выразим линейную скорость:

$$\upsilon_n = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 L_n}\,, \tag{4.6}$$

где L_n – момент импульса электрона.

Подставляя в (4.6) значение L (4.2) и $Z = 2$ (зарядовое число ядра гелия), получим скорость электрона на третьей орбите:

$$\upsilon = \frac{2e^2 2\pi}{4\pi\varepsilon_0 3h} = \frac{e^2}{3\varepsilon_0 h}$$

Наименования: $[L] = Дж \cdot с = Н \cdot м \cdot с = кг \cdot \dfrac{м}{с^2} \cdot м \cdot с = \dfrac{кг \cdot м^2}{с}$

$$[\upsilon] = \frac{Кл^2 \cdot м}{Ф \cdot Дж \cdot с} = \frac{Кл^2 \cdot м \cdot В}{Кл \cdot Дж \cdot с} = \frac{Кл \cdot В \cdot м}{Кл \cdot В \cdot с} = \frac{м}{с}$$

Вычисления: $L = \dfrac{3 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 3{,}14} = 3{,}14 \cdot 10^{-34}\left(\dfrac{кг \cdot м^2}{с}\right)$

$$\upsilon = \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{3 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} 6{,}63 \cdot 10^{-34}} = \frac{2{,}56 \cdot 10^{-38}}{176 \cdot 10^{-46}} = 0{,}0145 \cdot 10^8 = 1{,}45 \cdot 10^6\left(\frac{м}{с}\right)$$

Ответ: на третьей орбите иона He^+ электрон имеет момент импульса $L = 3{,}14\dfrac{кг \cdot м^2}{с}$ и линейную скорость $\upsilon = 1{,}45 \cdot 10^6\,\dfrac{м}{с}$.

Задача 4.2. Какую минимальную энергию должны иметь электроны, бомбардирующие атомы водорода, чтобы в спектре излучения этого водорода наблюдалась только одна инфракрасная линия?

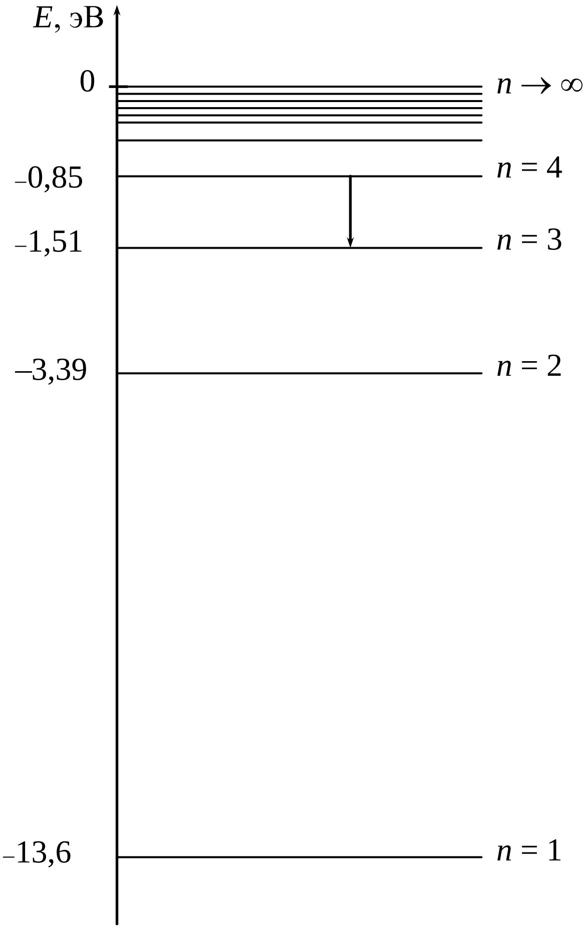

Рис. 4.2

Решение:

Электрон атома водорода может находиться на энергетических уровнях, энергия которых квантуется (рис. 4.2). В основном состоянии (когда атом невозбужден) электрон находится на первом энергетическом уровне. Когда атом возбуждается (получает дополнительную энергию), электрон может перейти на более высокий энергетический уровень. В возбужденном состоянии атом долго находиться не может, и электрон возвращается в основное состояние через все промежуточные уровни. Каждый переход на более низкий уровень сопровождается сбросом энергии в виде кванта излучения. Первая инфракрасная серия получается при переходе с вышестоящих уровней на третий уровень. Если возбужденный электрон попадает на четвертый уровень, то, возвращаясь в основное состояние, он может создать только одну инфракрасную линию – при переходе с четвертого на третий энергетический уровень. Таким образом, электроны, бомбардирующие атомы водорода, должны передавать им минимальную энергию, равную разнице энергий первого и четвертого уровней. Эта энергия нужна для того, чтобы “закинуть” электрон атома водорода на четвертый энергетический уровень.

Определим энергии энергетических уровней, т.е. найдем полную энергию атома водорода в различных энергетических состояниях. Согласно теории водородоподобных атомов Бора, в атоме водорода электрон движется вокруг положительного ядра под действием кулоновской силы притяжения (4.4) (рис. 4.2). Полная энергия атома водорода складывается из кинетической энергии электрона, движущегося по круговой орбите вокруг положительно заряженного ядра, и потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром:

$$W_{\mathrm{n}} = W_{\mathrm{kn}} + W_{\mathrm{pn}}. \tag{4.7}$$

Кинетическая энергия электрона равна

$$W_{kn} = \frac{m\upsilon_n^2}{2}, \tag{4.8}$$

где υ_{n} – скорость электрона на n-ой орбите.

Потенциальную энергию найдем из закона сохранения энергии, согласно которому работа по изменению расстояния между электроном и ядром равна изменению потенциальной энергии их взаимодействия:

$$dW_{pn} = dA = F_{kn}dr,$$

тогда потенциальная энергия взаимодействия ядра и электрона на n-ой орбите равна

$$W_{pn} = \int_{\infty}^{r_n} F_{kn}dr = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r_n}\frac{dr}{r^2} = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}. \tag{4.9}$$

Из второго закона Ньютона для электрона (4.5), сокращая на r_n, получим:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = m\upsilon_n^2. \tag{4.10}$$

В выражении (4.7) левая часть представляет собой потенциальную энергию атома водорода (4.9), взятую с противоположным знаком, а левая часть – удвоенная кинетическая энергия электрона (4.8):

$$-W_{pn} = 2W_{kn}. \tag{4.11}$$

Подставляя в (4.7) выражения (4.11) и (4.8), получим

$$W_n = W_{kn} - 2W_{kn} = -W_{kn} = -\frac{m\upsilon_n^2}{2}. \tag{4.12}$$

Это означает, что полная энергия атома равна кинетической энергии электрона на n-ой орбите, взятой с противоположным знаком.

Выражения (4.1) и (4.10) дают систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} m\upsilon_n r_n = n\dfrac{h}{2\pi}; \\ \dfrac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = m\upsilon_n^2. \end{cases} \tag{4.13}$$

Во втором выражении можно поменять местами r_n и одну υ_n, тогда в его правой части получится левая часть первого равенства:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0\upsilon_n} = m\upsilon_n r_n$$

или

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0\upsilon_n} = n\frac{h}{2\pi},$$

откуда можно выразить скорость электрона на n-ой орбите атома водорода (учитывая, что $Z = 1$):

$$\upsilon_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hn}. \tag{4.14}$$

Подставляем выражение (4.14) в формулу (4.12), получим формулу для расчета полной энергии атома водорода на n-ом энергетическом уровне:

$$W_n = -\frac{m}{2}\left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 hn}\right)^2 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}.$$

Вычислим энергию первого уровня:

$$W_1 = -\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^4}{8\cdot\left(8{,}82\cdot 10^{-12}\right)^2\left(6{,}63\cdot 10^{-34}\right)^2} = -\frac{59{,}638}{27356}\cdot 10^{-15} = -2{,}18\cdot 10^{-18}\,(\text{Дж})$$

или $-\dfrac{2{,}18\cdot 10^{-18}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = -13{,}6$ (эВ).

Энергия четвертого уровня меньше энергии W_1 в 16 раз:

$$W_4 = -\frac{13{,}6}{16} = -0{,}85(\text{эВ})$$

Чтобы перевести электрон атома водорода из основного состояния на четвертый уровень, необходимо сообщить ему энергию

$$\Delta W = W_4 - W_1 = -0{,}85 - (-13{,}6) = 12{,}75 \text{ (эВ)}$$

или

$$12{,}75\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} = 2{,}04\cdot 10^{-18} \text{ (Дж)}$$

Если атомы водорода будут бомбардировать электроны, имеющие такую кинетическую энергию, полностью теряя ее, то в спектре излучения водорода будет наблюдаться одна инфракрасная линия.

Ответ: 12,75 эВ.

Задача 4.3. Будет ли атом водорода поглощать излучение частоты $\nu = 2Rc$? (R – постоянная Ридберга, c – скорость света).

Решение:

Атом водорода может поглощать кванты тех же частот и длин волн, которые может излучать. Длины волн, которые он может излучать, рассчитываются по формуле Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad (4.15)$$

где n – номер серии; m – номер линии.

Максимальной частоте излучения соответствует минимальная длина волны:

$$\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}}.$$

Длина волны излученного кванта будет иметь минимальное значение при $n = 1$ и $m = \infty$:

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = R$$

или

$$\lambda_{\min} = \frac{1}{R}.$$

Ей соответствует максимальная частота излучения:

$$\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = cR.$$

Значит, излучать и поглощать излучение частоты $\nu = 2cR$, вдвое превышающей максимальную частоту, атом водорода *не может*.

Задача 4.4. Определить наибольшую и наименьшую длины волн в ультрафиолетовой серии спектра водорода (серии Лаймана).

Решение:

Излучение атомом водорода квантов энергии происходит при переходе электрона с верхних энергетических уровней на нижние. При переходе электрона на первый уровень со всех вышестоящих образуются линии ультрафиолетовой серии (серии Лаймана). Длины волн соответствующих излучений вычисляются по сериальной формуле Бальмера (4.15), в которой номер серии n – это номер уровня, на который переходит электрон, а номер линии m – это номер уровня, с которого осуществляется переход.

Для ультрафиолетовой серии $n = 1$, $m = 2, 3, \ldots\infty$, и сериальная формула (5.1) будет иметь вид:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2}\right) = R\left(1 - \frac{1}{m^2}\right).$$

При $m = 3$ длина волны принимает свое максимальное значение, а при $m = \infty$ – минимальное:

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) = R\left(1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{8R}{9},$$

где $R = 1,097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ – постоянная Ридберга, тогда

$$\lambda_{\max} = \frac{9}{8R} = \frac{9}{8 \cdot 1{,}097 \cdot 10^7} = 1{,}03 \cdot 10^{-7}\ (\text{м}).$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R\left(1 - \frac{1}{\infty^2}\right) = R(1 - 0) = R$$

или

$$\lambda_{\min} = \frac{1}{R} = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7} = 0{,}91 \cdot 10^{-7}\ (\text{м}).$$

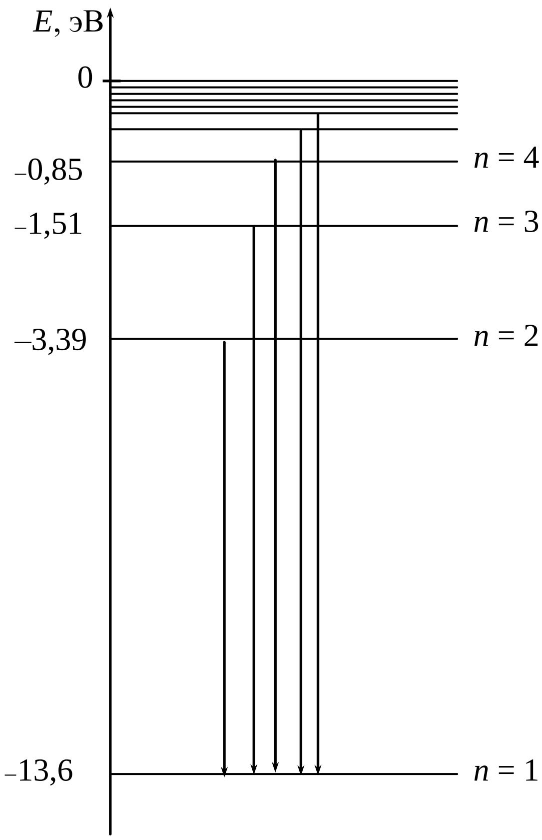

Рис. 4.3

Действительно, на диаграмме энергетических уровней (рис. 4.3) изображены все возможные переходы электрона, дающие излучения ультрафиолетовой серии. Квант излучения, имеющий минимальную энергию и максимальную длину волны, образуется при переходе электрона со второго энергетического уровня на первый:

$$E_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}} = E_2 - E_1.$$

Квант с наибольшей энергией и наименьшей длиной волны излучается при переходе электрона с бесконечно удаленного уровня на первый:

$$E_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = E_\infty - E_1 = 0 - E_1 = E_1.$$

Ответ: в ультрафиолетовой серии излучения атома водорода $\lambda_{\min} = 0{,}91\cdot10^{-7}$м, $\lambda_{\max} = 1{,}03\cdot10^{-7}$м.

5. МОМЕНТЫ АТОМА

Задача 5.1. Найти максимальный орбитальный механический момент и максимальный полный магнитный момент атома азота.

Решение:

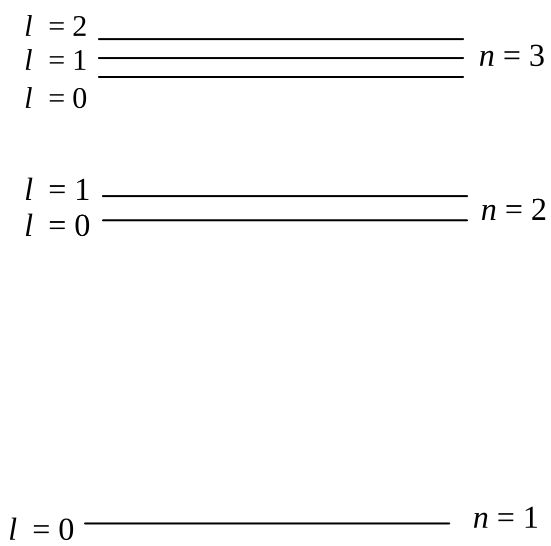

Рис. 5.1

Электроны в атоме распределяются на электронные оболочки (уровни), которые в свою очередь расщепляются на подуровни (рис. 5.1). Номера уровней соответствуют главному квантовому числу n имеют значения $n = 1, 2, 3, \ldots$ Расщепление уровней начинается со второго, и число подуровней в оболочке равно n. Номера подуровней соответствуют второму квантовому числу l – орбитальному – и могут принимать значения $l = 0, 1, 2, 3\ldots n - 1$. Существует еще один способ обозначения подуровней: подуровень $l = 0$ обозначают как s-подуровень, $l = 1$ – p-подуровень, $l = 2$ – d-подуровень, $l = 3$ – f-подуровень и т. д. Подчиняясь принципу Паули, электроны заполняют подуровни по следующему правилу: максимальное число электронов на s-подуровне – два, на p-подуровне – шесть, на d-подуровне – десять. Всего в оболочке может разместиться $2n^2$ электронов. В основном состоянии (когда атом невозбужден) электроны занимают все возможные состояния, начиная с нижнего уровня, полностью заполняя все подуровни. И только самый верхний подуровень может быть заполнен неполностью. Чтобы узнать количественно распределение электронов по подуровням, надо записать электронную формулу атома. Атом азота имеет 7 электронов, и его электронная формула будет выглядеть так: $1s^2 2s^2 2p^3$. В этой формуле большими цифрами обозначены номера уровней n,

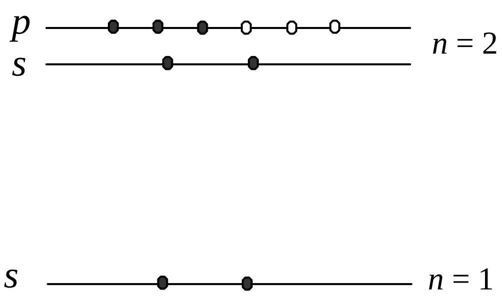

Рис. 5.2

буквами – номера подуровней l, маленькими цифрами – количество электронов в подуровне.

Из электронной формулы следует, что электроны атома азота распложены на двух оболочках (рис.5.2). Первая оболочка и s-подуровень второй оболочки полностью заполнены, р-подуровень заполнен не полностью (не хватает трех электронов).

Орбитальное движение электрона в атоме создает момент импульса или орбитальный механический момент, который квантуется по формуле:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \qquad (5.1)$$

где l – орбитальное квантовое число.

Направление вектора $\vec{L}$ определяется направлением движения электрона (рис. 5.3). В полностью заполненных подуровнях электроны движутся таким образом, что их моменты импульсов компенсируются. Максимальное значение орбитального механического момента достигается в том случае, если моменты всех трех электронов р-подуровня сонаправлены. В этом случае результирующий орбитальный момент импульса будет равен сумме моментов трех p-электронов:

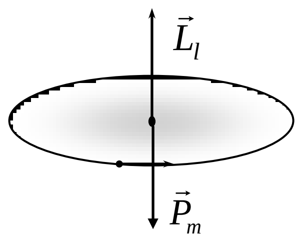

Рис.5.3

$$\vec{L}_{l\,mzx} = \sum \vec{L}_l$$

Подставим в (5.1) значение орбитального квантового числа для p-подуровня $l = 1$, получим

$$L_{l\max} = 3\sqrt{1(1+1)}\hbar = 3\sqrt{2}\hbar.$$

Вычислим:

$L_{l\max} = 3\sqrt{1(1+1)}\hbar = 3\sqrt{2}\hbar = 4{,}47 \cdot 10^{-34}$ (Дж·с).

Орбитальное движение электрона идентично круговому микротоку и создает орбитальный магнитный момент P_m, который связан с механическим моментом (рис. 5.3):

$$\vec{P}_m = -\gamma_l \vec{L}_l$$

где $\gamma_l = \dfrac{e}{2m_e}$ – орбитальное гиромагнитное отношение (e и m_e – заряд и масса электрона).

Орбитальный магнитный момент также квантуется, и его также можно вычислить по формуле

$$P_m = \mu_Б \sqrt{l(l+1)},$$

где $\mu_Б = \dfrac{e\hbar}{2m_e}$ – магнетон Бора.

Воспользуемся первым вариантом – найдем максимальный орбитальный магнитный момент через максимальный механический момент:

$$P_{m\max} = \frac{e}{2m_e} L_{l\max}.$$

Вычислим:

$$P_{m\max} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4{,}47 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 3{,}93 \cdot 10^{-23} \text{ (А·м}^2\text{)}.$$

Помимо орбитального момента импульса, электроны имеют собственный момент импульса (спиновый момент или спин), который квантуется по закону

$$L_S = \sqrt{s(s+1)}\hbar,$$

где s – спиновое квантовое число, для электрона равное ½. Значит, спин электрона равен

$$L_S = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar.$$

Собственный магнитный момент электрона связан со спиновым механическим соотношением

$$\vec{P}_{mS} = -\gamma_S \vec{L}_S, \tag{5.2}$$

где $\gamma_S = \dfrac{e}{m_e}$ – спиновое гиромагнитное отношение (в два раза большее орбитального). Значит, максимальный суммарный спиновый магнитный момент трех электронов равен

$$P_{mS\max} = 3 \cdot \frac{e}{m_e} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar = \frac{3\sqrt{3}e\hbar}{2m_e}.$$

Вычислим:

$$P_{mS\max} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}0546 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 5{,}27 \cdot 10^{-23} \text{ (А·м}^2\text{)}.$$

Тогда полный максимальный магнитный момент атома азота равен:

$$P_{\max} = P_{m\max} + P_{mS\max} = 9{,}2 \cdot 10^{-23} \text{ (А·м}^2\text{)}.$$

Ответ: максимальный механический орбитальный момент атома азота равен $L_{l\max} = 4{,}47 \cdot 10^{-34}$ (Дж·с), полный максимальный магнитный момент этого атома равен $P_{\max} = 9{,}2 \cdot 10^{-23}$ (А·м^2).

Задача5.2. Найти все возможные значения проекций векторов орбитального момента импульса, орбитального магнитного момента, спинового момента и собственного магнитного момента атомов лития и бора.

Решение:

Все вектора моментов электронов заполненных оболочек взаимно компенсируются, поэтому моменты атомов составляют только моменты валентных электронов – электронов, находящихся в незаполненных оболочках. Запишем электронные формулы для рассматриваемых атомов:

$$_3\mathrm{Li} \qquad 1s^2 2s^1$$
$$_5\mathrm{B} \qquad 1s^2 2s^2 2p^1$$

Из электронных формул видно, что у лития валентным является один s-электрон, у бора – один p-электрон.

В решении предыдущей задачи показано, что величины векторов орбитальных механического и магнитного моментов квантуются по формулам (5.1) и (5.2). Для s-электронов $l = 0$, значит, для валентного электрона атома лития величины этих векторов равны нулю, следовательно, проекции этих векторов также равны нулю.

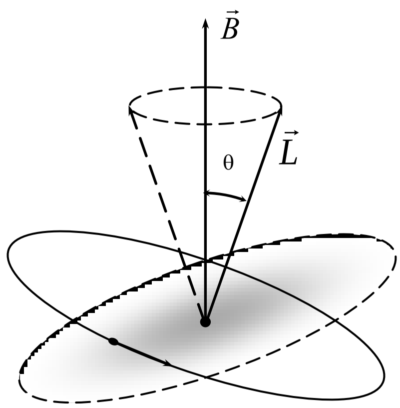

Рис.5.4

Попадая в магнитное поле, вектор орбитального механического момента $\vec{L}_l$ начинает прецессировать (рис. 5.4), при этом его проекция L_{lZ} на направление внешнего магнитного поля принимает лишь целочисленные значения $\hbar$:

$$L_{lZ} = m\hbar,$$

где $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots \pm l$ – магнитное квантовое число. Для p-электронов $l = 1$, следовательно, для валентного электрона атома бора $m = 0, \pm1$ и проекция орбитального механического момента может принимать значения 0 и $L_{lZ} = \pm\hbar = \pm 1{,}0546\cdot10^{-34}$ Дж·с (рис. 5.5). Соответственно, проекция орбитального магнитного момента может принимать значения 0 и

$$P_{mZ} = \frac{e}{2m_e}L_{lZ} = \pm\frac{1{,}6\cdot10^{-19}}{2\cdot9{,}1\cdot10^{-31}}\cdot1{,}0546\cdot10^{-34} = \pm9{,}27\cdot10^{-24}\ (\text{А·м}^2).$$

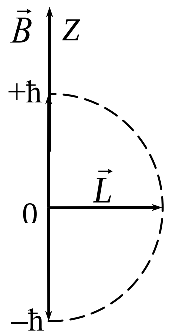

Рис.5.5

Проекция спинового момента также квантуется по закону:

$$L_{SZ} = m_S\hbar,$$

где m_S может принимать только два значения $m_S = \pm\frac{1}{2}$. Значит, для валентных электронов обоих атомов проекция спинового момента может принимать по два значения:

$$L_{SZ} = \pm\frac{1}{2}\hbar = \pm5{,}27\cdot10^{-35}\ \text{Дж·с}.$$

Проекция собственного магнитного момента электронов обоих атомов равна магнетону Бора:

$$P_{mSZ} = \pm\mu_Б = \pm9{,}274\cdot10^{-24}\ \text{Дж/Тл (или А·м}^2).$$

Ответ:

Проекции моментов атомов	L_{lZ}, Дж·с	P_{mZ}, А·м^2	L_{SZ}, Дж·с	P_{mSZ}, А·м^2
$_3$Li	0	0	±5,27·10^{-35}	±9,27·10^{-24}
$_5$B	0, ±1,05·10^{-34}	0, ±9,27·10^{-24}		

6. РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Задача 6.1. Какую наименьшую разность потенциалов U надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить все линии L-серии, если в качестве материала для антикатода взять платину?

Решение:

Электроны невозбужденного атома платины занимают энергетические уровни, расположенные слоями (рис. 6.1). Эти слои образуют электронные оболочки, которые принято обозначать заглавными буквами, начиная с самой близкой к ядру: K, L, M, и т. д. (на рис.6.1 показаны только три оболочки).

Излучение рентгеновских лучей связано с бомбардировкой твёрдого тела быстро летящими электронами. Пролетая через электронную оболочку, один из них может оказаться вблизи любого из электронов оболочки и, благодаря отталкиванию, вытолкнуть его. Вакантное место занимает электрон, перешедший с других оболочек. При таком переходе излучается квант рентгеновского излучения $h\nu$.

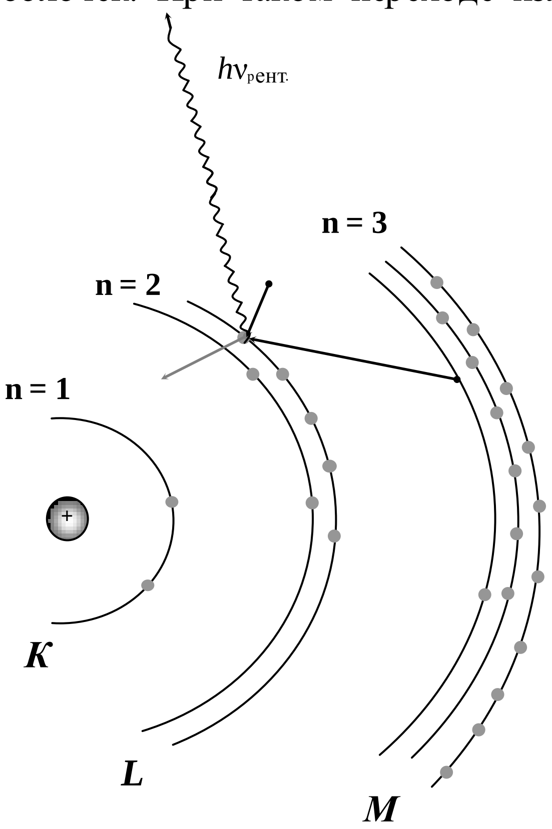

Рис.6.1

Чтобы получить все линии L-серии, бомбардирующие платиновый антикатод электроны должны выбивать из атомов платины электроны из L-оболочки. Тогда на освободившиеся места будут переходить электроны с других оболочек – M, N и т.д., излучения этих переходов образуют все линии L-серии рентгеновского характеристического спектра. Если на свободное место переходит электрон из M-слоя, образуется L_α-линия L-серии, если переходит электрон из N-оболочки – L_β-линия этой же L-серии и т.д.

Электроны, бомбардирующие вещество антикатода, ускоряются в рентгеновской трубке, приобретая энергию за счет работы электрического поля:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = eU .$$

Величина этой энергии должна быть достаточна для того, чтобы выбить электрон из L-оболочки, т.е. перевести его со второго энергетического уровня ($n = 2$) на бесконечно удаленный. Для этого ему необходимо сообщить энергию, численно равную энергии, излучаемой атомом при переходе электрона с бесконечно удаленного уровня на второй. Длина волны такого излучения вычисляется по формуле Мозли:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-b)^2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right), \qquad (6.1)$$

где R = 1,097·10^7 м$^{-1}$ – постоянная Ридбеога, Z – заряд ядра (для платины Z = 78), b – постоянная экранирования (для L-серии b = 5,5, n = 2 – номер серии (номер L-оболочки), $m = \infty$ – номер линии (т.к. излучаются все линии L-серии, то берем ∞; при этом поглощаемая энергия будет максимальна).

Упрощаем формулу (6.1):

$$\frac{1}{\lambda}=\frac{R(Z-b)^2}{n^2}.$$

Энергия соответствующего кванта излучения будет равна

$$\frac{hc}{\lambda}=\frac{hcR(Z-b)^2}{n^2},$$

и бомбардирующие антикатод электроны должны иметь энергию, превышающую эту величину:

$$eU \geq \frac{hcR(Z-b)^2}{n^2}.$$

Отсюда выражаем наименьшую разность потенциалов, приложенную к рентгеновской трубке:

$$U_{\min}=\frac{hcR(Z-b)^2}{en^2}.$$

Проверим наименование:

$$[U]=\frac{Дж\cdot с\cdot м}{с\cdot м\cdot Кл}=\frac{Дж}{Кл}=В$$

Вычислим, подставляя необходимые константы:

$$U_{\min}=\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}\cdot 1{,}097\cdot 10^{7}(78-5{,}5)^2}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 4}=17429(B)$$

Ответ: U_{min} = 17,4 кВ.

Задача 6.2. При какой экспозиционной дозе излучения (в рентгенах) ионизируется половина всех молекул воздуха?

Решение:

Пусть общее числю молекул воздуха равно N, а количество ионизированных молекул равно N_i. Тогда $\frac{N_i}{N}$ = 0,5.

Экспозиционная доза излучения – это отношение суммарного электрического заряда ионов одного знака, созданных в воздухе, к массе этого воздуха:

$$D_э=\frac{Q}{m}. \qquad (6.2)$$

Суммарный заряд образовавшихся ионов $Q = N_i e$, где N_i – число ионизированных молекул воздуха. Массу воздуха запишем через общее число молекул N:

$$m = \frac{\mu N}{N_A}, \qquad (6.3)$$

где μ= 29·10^{-3} кг/моль – молярная масса воздуха, N_A = 6,02·10^{23}моль$^{-1}$ – число Авогадро.

Тогда экспозиционная доза (6.2) будет равна:

$$D_Э = \frac{N_1 e N_A}{\mu N} = \frac{0{,}5 \cdot eN_A}{\mu}.$$

Наименование:

$$[D_Э] = \frac{Кл \cdot моль}{кг \cdot моль} = \frac{Кл}{кг}$$

Вычисление:

Молярную массу воздуха примем μ = 0, 029 кг/моль.

$$D_Э = \frac{0{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{2{,}9 \cdot 10^{-2}} = 1{,}66 \cdot 10^{6}\,(\text{Кл/кг})$$

Рентген – внесистемная единица измерения, в СИ равная

1 Р = 2,58·10^{-4}Кл/кг.

$$D_Э = \frac{1{,}66 \cdot 10^{6}}{2{,}58 \cdot 10^{-4}} = 0{,}643 \cdot 10^{10} = 6{,}43 \cdot 10^{9}\,(\text{Р})$$

Ответ: полвина всех молекул воздуха ионизируется при экспозиционной дозе излучения 6,43·10^{9} рентген.

7. ФОТОЭФФЕКТ

Задача 7.1. Какой максимальный заряд $Q_{\max}$ возможно сообщить платиновому шарику с радиусом R = 1 см, облучая его ультрафиолетом? Длина волны излучения λ = 200 нм.

Дано:

R = 1 см = 10^{-2}м

λ = 200 нм = 2·10^{-7}м

$Q_{\max}$ – ?

Решение:

При облучении металлического шарика светом возникает явление внешнего фотоэффекта – вырывание с поверхности шарика электронов, в результате чего шарик приобретает положительный заряд. Когда величина приобретенного заряда достигает определенного значения $Q_{\max}$, создаваемое им электростатическое поле препятствует удалению электронов от шарика, т.е. создает задерживающий потенциал. Электроны больше не могут покидать шарик, и его заряд больше не изменяется, и фотоэффект прекращается.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + E_{k\max}, \qquad (7.1)$$

где $h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$ – энергия фотона; ν – частота излучения; $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$ – длина волны излучения; $c = 3\cdot 10^8$ м/с – скорость света; A – работа выхода электронов из металла, по таблице находим ее значение для платины: $A = 5{,}3\,эВ = 5{,}3\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,Дж = 8{,}48\cdot 10^{-19}\,Дж$; $E_{k\max} = \dfrac{m\upsilon_{\max}{}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия электрона.

Если электрон не может покинуть шарик, значит, его кинетическая энергия не превышает потенциальную энергию его взаимодействия с заряженным шариком, т.е. $W_K = W_P$. Потенциальная энергия электрона у поверхности шарика по модулю равна

$$W_P = e\varphi,$$

где $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}\,Кл$ – заряд электрона; $\varphi = \dfrac{Q_{\max}}{4\pi\varepsilon_0 R}$ – потенциал электростатического поля у поверхности шарика ($\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,Ф/м$ – электрическая постоянная).

Таким образом,

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{eQ_{\max}}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

и уравнение Эйнштейна можно переписать в виде:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{eQ_{\max}}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

откуда выразим $Q_{\max}$:

$$\frac{eQ_{\max}}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{hc}{\lambda} - A$$

$$Q_{\max} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right).$$

Наименование: $[Q_{\max}] = \dfrac{Ф\cdot м}{м\cdot Кл}\cdot Дж = \dfrac{Ф\cdot Дж}{Кл} = \dfrac{Кл\cdot Дж}{В\cdot Кл} = \dfrac{Дж}{В} = Кл.$

Вычисление: $Q_{\max} = \dfrac{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 10^{-2}}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\left(\dfrac{6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{2\cdot 10^{-7}} - 8{,}48\cdot 10^{-19}\right) =$

$= 69{,}5\cdot 10^5\cdot 1{,}45 = 100{,}8\cdot 10^5 \approx 10^7\,(Кл)$

Ответ: максимальный заряд шарика $Q_{\max} = 10^7$ Кл.

Задача 7.2. Какая доля энергии фотона уносится фотоэлектронами, выбитыми из металла светом с частотой $2\cdot 10^{15}$ Гц, если красная граница фотоэффекта равна 300 нм?

Дано:	*Решение:*
$\nu = 2\cdot10^{15}$ Гц $\lambda_0 = 300$ нм $= 3\cdot10^{-7}$м	
$\dfrac{E_{k\max}}{h\nu}$ – ?	

При облучении металла светом происходит явление фотоэффекта – выбивание электронов с поверхности металла. При этом энергия падающих на металл фотонов расходуется в соответствии с уравнением фотоэффекта (7.1), согласно которому часть энергии фотона переходит в кинетическую энергию электрона, т.е. доля энергии, уносимой фотоэлектронами будет равна $\dfrac{E_{k\max}}{h\nu}$.

Из (7.1) найдем

$$E_{k\max} = h\nu - A$$

Работа выхода электронов из металла равна минимальной энергии фотонов, при которой еще возможен фотоэффект

$$A = \frac{hc}{\lambda_0},$$

где λ_0 – красная граница фотоэффекта.

Тогда максимальная кинетическая энергия электронов будет равна

$$E_{k\max} = h\nu - \frac{hc}{\lambda_0} = h\left(\nu - \frac{c}{\lambda_0}\right).$$

Доля этой энергии от энергии фотона составит

$$\frac{E_{k\max}}{h\nu} = \frac{h\left(\nu - \dfrac{c}{\lambda_0}\right)}{h\nu} = \frac{\nu - \dfrac{c}{\lambda_0}}{\nu} = \frac{\dfrac{\nu\lambda_0 - c}{\lambda_0}}{\nu} = \frac{\nu\lambda_0 - c}{\nu\lambda_0} = 1 - \frac{c}{\nu\lambda_0}.$$

Вычислим: $\dfrac{E_{k\max}}{h\nu} = 1 - \dfrac{3\cdot10^{8}}{2\cdot10^{15}\cdot3\cdot10^{-7}} = \dfrac{1}{2}$.

Ответ: электроны уносят половину энергии фотонов.

Задача 7.3. Построить график зависимости задерживающей разности потенциалов от частоты падающего света для цезия.

Решение:

Электроны, выбиваемые фотонами из металла, полностью задерживаются обратным электрическим полем, созданным между электродами фотоэлемента. Изменение кинетической энергии электронов при этом равно работе электрического поля:

$$\Delta E_k = A_{эл}. \tag{7.2}$$

При полном торможении

$$\Delta E_k = -E_{k\max},$$

а работа тормозящего электрического поля равна

$$A_{эл} = -eU_з,$$

где e – заряд электрона; $U_з$ – задерживающая разность потенциалов.

Тогда

$$E_{k\max} = eU_з, \tag{7.3}$$

и уравнение Эйнштейна для фотоэффекта (7.1) примет вид

$$h\nu = A + eU_з. \tag{7.4}$$

Выразим (7.2) задерживающую разность потенциалов:

$$U_з = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}. \tag{7.5}$$

Уравнение (7.5) представляет собой зависимость задерживающей разности потенциалов от частоты падающего света $U_з(\nu)$. Это линейная зависимость вида $y = kx + b$, где угловой коэффициент

$$k = \frac{h}{e}, \tag{7.6}$$

а свободный член

$$b = -\frac{A}{e}. \tag{7.7}$$

Для цезия работа выхода электронов из металла равна А = 1,9 эВ ≈ $3{\cdot}10^{-19}$Дж.

Работа выхода электронов из металла равна минимальной энергии фотонов, при которой еще возможен фотоэффект

$$A = h\nu_0, \tag{7.8}$$

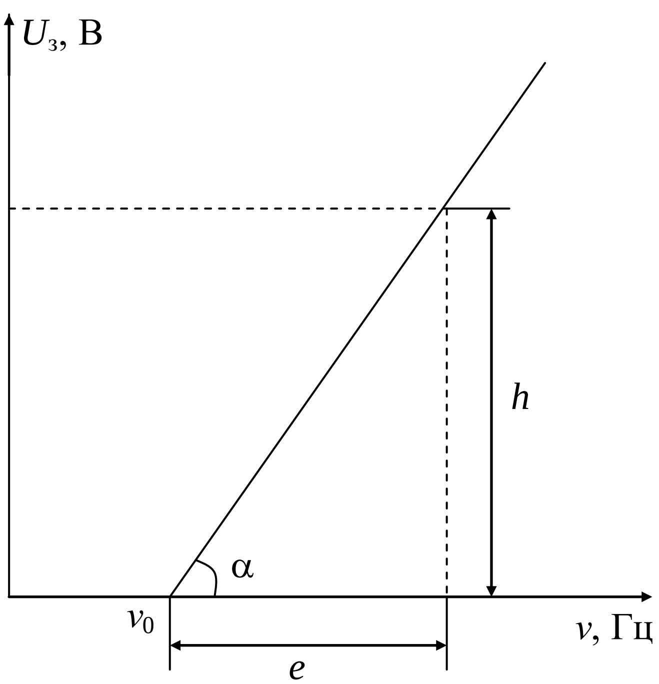

Рис. 7.1

где ν_0 – частота, соответствующая красной границе фотоэффекта.

При частоте падающего на металл света, равной ν_0, кинетическая энергия фотоэлектронов равна нулю, следовательно, согласно (7.3), в точке $\nu = \nu_0$ *график будет пересекать ось абсцисс.*

Вычислим ν_0 из (7.8):

$$\nu_0 = \frac{A}{h} = \frac{3\cdot10^{-19}}{6{,}63\cdot10^{-34}} = 4{,}5\cdot10^{14}\ (\text{Гц}).$$

Это будет первая точка нашей прямой.

В качестве второй точки можно взять точку пересечения графиком оси ординат на основании (7.7):

$U_з = b = -\frac{A}{e}$. Однако это будет верно только математически, физически же состояния, характеризуемые зависимостью (7.5) при $\nu < \nu_0$ не могут быть реализованы. Поэтому лучше вычислить значение $U_з$ при любом произвольном значении частоты падающего света, или провести прямую из точки $\nu = \nu_0$ под углом α к оси абсцисс. На основании (7.6) $tg\alpha = k = \frac{h}{e}$. Воспользуемся вторым способом. На рис. 7.1. приведен график зависимости (7.5) в общем виде, значения параметров известны: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, $\nu_0 = 4{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц.

8. ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Задача 8.1. Под каким углом произошло комптоновское рассеяние фотона рентгеновского излучения на свободном электроне, если в результате этого рассеяния фотон потерял 20% своей энергии? Какая часть энергии фотона перейдет в кинетическую энергию отдачи электрона?

Дано:
$\Delta W_Ф = 0{,}2\ W_{Ф1}$
φ – ?
$\frac{W_{ЭЛ}}{W_{Ф1}}$ – ?

Решение:

Эффект Комптона состоит в упругом соударении фотона и покоящегося электрона. При этом выполняется закон сохранения импульса:

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_2 + \vec{P}_{ЭЛ},$$

где $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_2$ – импульсы фотона до и после рассеяния соответственно.

Импульсы и энергии фотона до и после рассеяния соответственно равны

$$P_1 = \frac{h}{\lambda_1}, P_2 = \frac{h}{\lambda_2},\ W_{Ф1} = \frac{hc}{\lambda_1} = P_1 c,\ W_{Ф2} = \frac{hc}{\lambda_2} = P_2 c,$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света.

По условию задачи, потери энергии фотона составляют 20%, т.е. $\Delta W_Ф = 0{,}2\ W_{Ф1}$, значит,

$$W_{Ф2} = W_{Ф1} - 0{,}2\ W_{Ф1} = 0{,}8\ W_{Ф1},$$

$$\frac{W_{Ф1}}{W_{Ф2}} = 0{,}8,$$

следовательно,

$$\frac{P_{Ф1}}{P_{Ф2}} = 0{,}8.$$

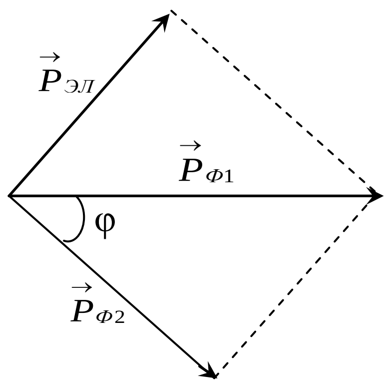

Рис. 8.1

Из векторной диаграммы сложения импульсов (рис.8.1) найдем

$$\cos\varphi = \frac{P_{Ф2}}{P_{Ф1}} = 0{,}8,$$

значит, угол рассеяния фотона равен $\varphi = \arccos\ 0{,}8 \approx 37°$.

При упругом рассеянии выполняется также закон сохранения энергии:

$$W_{Ф1} = W_{Ф2} + W_{ЭЛ},$$

где $W_{Ф1}$ и $W_{Ф2}$ – энергии фотона до и после рассеяния.

Из закона сохранения энергии следует, что вся энергия, теряемая фотоном при столкновении, переходит в кинетическую энергию электрона, т.е. $W_{ЭЛ} = \Delta W_Ф = 0{,}2\ W_{Ф1}$ или $\frac{W_{ЭЛ}}{W_{Ф1}} = 0{,}2 = 20\%$.

Ответ: угол рассеяния фотона $\varphi = 37°$, кинетическая энергия электрона отдачи составляет 20% от первоначальной энергии фотона.

9. ГИПОТЕЗА ДЕ БРОЙЛЯ

Задача 9.1. Найти длину волны де Бройля для протона, кинетическая энергия которого равна энергии теплового движения молекулы водорода при комнатной температуре.

Дано:

$W_k = W_T(H_2)$

$T = 20°C = 293K$

$\lambda_Б$ – ?

Решение:

Длина волны де Бройля рассчитывается по формуле:

$$\lambda_Б = \frac{h}{m\upsilon}, \qquad (9.1)$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$ – постоянная Планка, $m\upsilon$ – импульс частицы.

Массу протона возьмем из таблицы: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ кг$.

Скорость протона υ найдем из условия равенства энергий. Кинетическая энергия протона равна:

$$W_k = \frac{m_p\upsilon^2}{2}.$$

Энергия теплового движения молекулы водорода находится по формуле:

$$W_T = \frac{ikT}{2},$$

где i – число степеней свободы молекулы, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Молекула водорода – двухатомная, поэтому для нее $i = 5$. Комнатную температуру примем 20°С или 293 К.

Приравняем энергии протона и водорода:

$$m_p\upsilon^2 = 5kT,$$

отсюда выразим скорость протона:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{5kT}{m_P}},$$

и подставим ее в выражение для длины волны де Бройля (9.1):

$$\lambda_Б = \frac{h}{m_P}\sqrt{\frac{m_P}{5kT}}$$

или

$$\lambda_Б = \frac{h}{\sqrt{5m_P kT}}.$$

Наименование:

$$[\lambda_Б] = \frac{Дж \cdot с}{\sqrt{кг \cdot Дж / К \cdot К}} = \sqrt{\frac{Дж}{кг}} \cdot с = \sqrt{\frac{Н \cdot м}{кг}} \cdot с = \sqrt{\frac{кг \cdot м^2}{кг \cdot с^2}} \cdot с = м$$

Вычисление:

$$\lambda_Б = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{5 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{3376{,}2 \cdot 10^{-50}}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{58 \cdot 10^{-25}} =$$

$$= 0{,}114 \cdot 10^{-9} = 1{,}14 \cdot 10^{-10} (м).$$

Ответ: длина волны де Бройля для протона равна $\lambda_Б = 1{,}14 \cdot 10^{-10}\, м = 1{,}14\,\mathring{A}$.

Задача 9.2. Показать, что стационарным орбитам Бора соответствует целое число волн де Бройля. Сколько длин волн укладывается на каждой орбите? Как зависит длина волны от номера орбиты и универсальных постоянных?

Решение:

Согласно теории водородоподобных атомов Бора, в одноэлектронном ионе электрон может двигаться по круговым орбитам (рис. 4.1), разрешенные радиусы которых r_n связаны с линейными скоростями υ_n электрона на этих орбитах правилом квантования (4.1). Длина n-ой орбиты равна $l_n = 2\pi r_n$, разделим ее на длину волны де Бройля (9.1):

$$\frac{l}{\lambda_Б} = \frac{2\pi r_n \cdot m\upsilon_n}{h} = \frac{2\pi}{h} \cdot m\upsilon_n r_n = \frac{2\pi}{h} \cdot \frac{h}{2\pi} n = n,$$

т.е. на n-ой боровской орбите укладывается n длин волн де Бройля.

Правило квантования (4.1) и второй закон Ньютона для электрона на n-ой орбите (4.5) дают систему уравнений с двумя неизвестными (4.9). Выразим υ_n из первого уравнения системы (4.9):

$$\upsilon_n = \frac{nh}{2\pi m r_n},$$

и подставим во второе уравнение системы:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = m\left(\frac{nh}{2\pi m r_n}\right)^2.$$

Теперь упростим и выразим r_n:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = \frac{mn^2h^2}{4\pi^2 m^2 r_n^2}$$

$$\frac{Ze^2}{\varepsilon_0} = \frac{n^2h^2}{\pi m r_n}$$

Отсюда радиус n-ой орбиты электрона равен

$$r_n = \frac{h^2\varepsilon_0 n^2}{\pi m Ze^2}.$$

Тогда длина волны де Бройля будет равна:

$$\lambda_Б = \frac{l_n}{n} = \frac{2\pi r_n}{n} = \frac{2\pi}{n}\cdot\frac{h^2\varepsilon_0 n^2}{\pi m Ze^2} = \frac{2h^2\varepsilon_0 n}{Ze^2 m}.$$

Последнее выражение дает зависимость длины волны де Бройля от фундаментальных постоянных.

10. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ

Задача 10.1. Оценить кинетическую энергию протона, локализованного в прямоугольной одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками и шириной $a = 10^{-15}$м (размеры атомного ядра).

Решение:

Состояние частицы в квантовой механике задаётся волновой функцией координат и времени $\psi(x, y, z, t)$, значения которой в любой точке пространства и в любой момент времени задает уравнение Шредингера. Если функция ψ не зависит от времени и является функцией только одной координаты l (т.е. в случае плоской волны), то она задается амплитудным (или стационарным) уравнением Шредингера:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \qquad (10.1)$$

В этом уравнении E – полная энергия частицы, U – потенциальная энергия. При движении протона вдоль оси l его потенциальная энергия меняется так, что в интервале от $l = 0$ до $l = a$ потенциальная энергия равна нулю, а в остальных точках ($l < 0$ и $l > a$) потенциальная энергия частицы бесконечно велика. График такой зависимости потенциальной энергии от координаты l получил название *потенциального "ящика"* (рис. 10.1).

Квадрат волновой функции определяет собой плотность вероятности – вероятность нахождения частицы в элементарном объеме:

$$\left|\psi^2\right| = \frac{dz}{dV},$$

для одномерного случая

$$\left|\psi^2\right| = \frac{dz}{dl}.$$

Тогда вероятность встретить частицу в определенном месте пространства определяется квадратом волновой функции:

$$dZ = \psi^2 dl. \qquad (10.2)$$

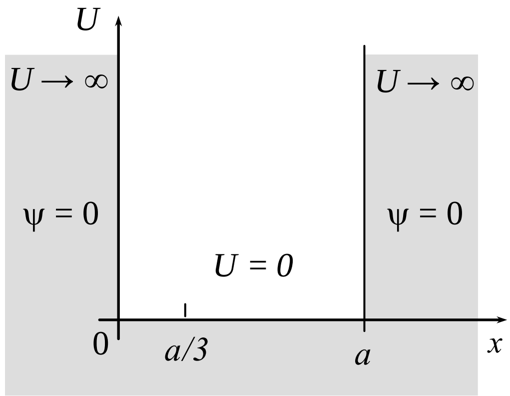

Рис. 10.1

Чтобы частица имела координату $l \geq a$, она должна получить бесконечно большую энергию $U \to \infty$. То же самое и для координат $l \leq 0$. Поэтому вероятность встретить частицу за пределами потенциального ящика стремится к нулю, а если так, то согласно (10.1) значение функции ψ в точках $l = a$ и $l = 0$ должно стремиться к нулю.

Для частицы в потенциальном ящике уравнение Шрёдингера (10.1) имеет вид:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0. \qquad (10.3)$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, и решением его, как известно из курса математики, является гармоническая функция, то есть синус или косинус, а в общем случае – сумма этих функций. Для упрощения записи заменим коэффициент при ψ:

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = k^2 \qquad (10.4)$$

Тогда уравнение (10.3) примет вид

$$\psi'' + k^2\psi = 0. \qquad (10.5)$$

Решение этого уравнения ищем в виде

$$\Psi(l) = A\sin(kl) + B\cos(kl), \qquad (10.6)$$

Постоянные коэффициенты A и B найдём из граничных условий, то есть из полученных нами выше значений функции ψ на границах ящика, при $l = 0$ и при $l = a$: $\psi(0) = 0$ и $\psi(a) = 0$. Подставив в общее решение (10.6) значение $l = 0$, будем иметь

$$\Psi(0) = A\sin(0) + B\cos(0) = 0,$$

откуда очевидно, что коэффициент $B = 0$. С учётом последнего волновая функция будет содержать только синус:

$$\Psi(l) = A\sin(kl). \qquad (10.7)$$

В соответствии со вторым граничным условием ψ в точке $l = a$ должна обращаться в нуль:

$$\Psi(a) = A\sin(ka) = 0.$$

Отсюда очевидно, что $\sin(ka) = 0$, и аргумент под знаком синуса должен быть кратен π: $ka = n\pi$, где n – целое число: $n = 1, 2, 3,\ldots$ Следовательно, в волновой функции, определяющей движение частицы в потенциальном ящике, k может принимать не любые, а только фиксированные значения

$$k = \frac{n\pi}{a}; \qquad (n = 1,2,3\ldots). \tag{10.8}$$

Подставляем полученное выражение (10.8) в формулу замены (10.4):

$$\frac{2m}{\hbar^2}E = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2$$

и выражаем энергию:

$$E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2$$

или

$$E_n = \frac{h^2}{8ma^2}n^2. \tag{10.9}$$

E_n – кинетическая энергия частицы, находящейся в квантовом состоянии с номером n, т.е. энергия протона, находящегося в потенциальном ящике, квантована. Она кратна минимальной энергии

$$E_1 = \frac{h^2}{8ma^2},$$

т.е. протон может иметь энергию E_1, $4E_1$, $9E_1$ и так далее (рис. 10.2).

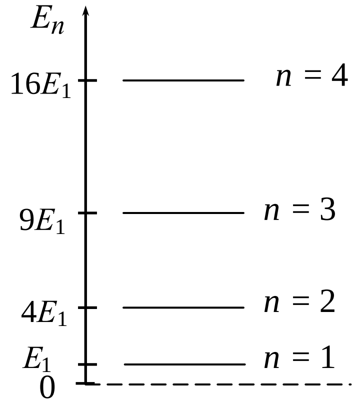

Рис. 10.2

Вычислим минимальную кинетическую энергию протона:

$$E_{\min} = \frac{\left(6{,}63\cdot10^{-34}\right)^2}{8\cdot1{,}67\cdot10^{-27}\cdot\left(10^{-15}\right)^2} = 3{,}29\cdot10^{-11} \quad \text{(Дж)}$$

или $\dfrac{3{,}29\cdot10^{-11}}{1{,}6\cdot10^{-19}} \approx 2\cdot10^8$(эВ) или 200 МэВ.

Ответ: минимальная кинетическая энергия протона 200 МэВ.

Задача 10.2. Частица в одномерной потенциальной яме с шириной a с бесконечно высокими стенками находится в состоянии $n = 3$. Определить вероятность нахождения частицы в области $0 < l < a/3$. Построить график зависимости плотности вероятности $|\psi^2|$ от координаты x.

Решение:

В этой задаче рассматривается случай, аналогичный рассмотренному в предыдущей задаче. Движение частицы ограничено, и ее потенциальная энергия при движении вдоль оси l меняется таким образом, что график зависимости $U(l)$ имеет вид одномерного прямоугольного “ящика” (рис. 10.1). Энергия частицы в потенциальном “ящике” квантуется, и поведение частицы описывается волновой функцией (10.7). С учетом (10.8) эта функция примет вид

$$\psi_n = \psi_m \sin\frac{n\pi}{a}l,$$

где n – номер квантового состояния. В нашем случае (для $n = 3$)

$$\psi = \psi_m \sin\frac{3\pi}{a} l . \qquad (10.10)$$

Из (10.2) можно найти вероятность нахождения частицы в заданном интервале координат:

$$z = \int_{l_1}^{l_2} \psi^2 dl . \qquad (10.11)$$

Подставим выражение для волновой функции (10.10) в подынтегральное выражение в (10.11) и расставим переделы интегрирования:

$$z = \int_0^{a/3} \psi_m^2 \sin^2\frac{3\pi}{a} l dl = \psi_m^2 \int_0^{a/3} \sin^2\frac{3\pi}{a} l dl . \qquad (10.12)$$

Найдем ψ_m^2 из условия нормировки:

$$\psi_m^2 \int_0^{a} \sin^2\frac{3\pi}{a} l dl = 1 , \qquad (10.13)$$

это означает, что вероятность нахождения частицы в потенциальном ящике равна 1 (т.е. она там есть стопроцентно). В это равенство входит табличный интеграл вида

$$\int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} , \qquad (10.14)$$

где, в нашем случае, $x = \frac{3\pi}{a} l$. Подставим значение интеграла (10.14) в условие нормировки (10.13) и, учитывая пределы интегрирования, получим:

$$\psi_m^2 \left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\sin 6\pi}{4} \right) = 1 ,$$

отсюда

$$\psi_m^2 = \frac{2}{3\pi} . \qquad (10.15)$$

С учетом (10.14) и (10.15) сделаем расчет вероятности z по (10.12):

$$z = \frac{2}{3\pi} \int_0^{a/3} \sin^2\frac{3\pi}{a} l dl = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sin 2\pi}{4} \right) = \frac{1}{3} ,$$

т.е. вероятность нахождения частицы в состоянии с n = 3 в первой трети потенциального ящика составляет 1/3.

Для построения графика зависимости $\psi^2(l)$ сначала необходимо построить график функции $\psi(l)$. Функция (10.10) обращается в ноль, если $\sin\frac{3\pi}{a} l = 0$. Это происходит при $\frac{3\pi}{a} l = \pi k$, где k – целое число. Значит, синусоида пересекает ось l в точках $l = \frac{ka}{3}$, т.е. 0, a/3, 2a/3, a. Строим синусоиду $\psi(l)$ (рис. 10.2) и преобразуем ее в график функции $\psi^2(l)$, которая может принимать только положительные значения. Из второго графика видно, что в интервал $0 < l < a/3$ попадает 1/3 всей площади под графиком функции $\psi^2(l)$. Т.к. вся площадь равна вероятности нахождения частицы внутри всего ящика (т.е. 1), убеждаемся, что вероятность нахождения частицы в указанном интервале равна 1/3 (заштрихованная часть площади).

11. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Задача 11.1. Атом излучает фотон с длиной волны 800 нм. Известно, что время излучения Δt составляет 10^{-8} с. С какой точностью может быть локализован фотон в направлении своего движения? Оценить относительную ошибку $\Delta\lambda/\lambda$ в определении указанной длины волны, исходя из соотношения неопределенностей для энергии и времени.

Дано:

λ = 800 нм = $8\cdot10^{-7}$ м
$\Delta t = 10^{-8}$ с

Δx – ?
$\Delta\lambda/\lambda$ – ?

Решение:

Т.к. точно неизвестно, в какой момент времени происходит излучение, то местонахождение фотона также невозможно точно определить. Если известен интервал времени, в котором происходит излучение, то положение фотона можно тоже определить лишь в некотором интервале координат:

$$\Delta x = c\cdot\Delta t,$$

где с = $3\cdot10^8$ м/с – скорость света (скорость распространения фотона).

Вычислим: $\Delta x = 3\cdot10^8\cdot10^{-8} = 3$ (м).

Чтобы найти $\Delta\lambda/\lambda$, воспользуемся соотношением неопределенностей для энергии и времени:

$$\Delta E\cdot\Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

или

$$dE\cdot dt \geq \frac{h}{2\pi},$$

где $\hbar$ =$6{,}63\cdot10^{-34}$Дж·с – постоянная Планка.

Энергия фотона равна:

$$E = \frac{hc}{\lambda},$$

дифференцируя по λ, найдем dE:

$$dE = \frac{hc}{\lambda^2}d\lambda.$$

Подставляя последнее выражение в соотношение неопределенностей, получим:

$$\frac{hc}{\lambda^2}d\lambda\cdot dt \geq \frac{h}{2\pi}$$

или

$$\frac{hc}{\lambda^2}\Delta\lambda\cdot\Delta t \ge \frac{h}{2\pi}.$$

Отсюда найдем минимальную относительную ошибку в определении длины волны

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi\cdot c\cdot\Delta t} = \frac{\lambda}{2\pi\cdot\Delta x}.$$

Вычислим:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{8\cdot 10^{-7}}{2\cdot 3{,}14\cdot 3} = 4{,}25\cdot 10^{-8}$$

Ответ: $\Delta x = 3\text{м}$, $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 4{,}25\cdot 10^{-8}$.

Задача 11.2. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию протона, локализованного в области размером $\Delta x = 10^{-15}$м (размеры атомного ядра), пренебрегая релятивистскими эффектами.

Дано:

$\Delta x = 10^{-15}$м

E_{kmin} – ?

Решение:

Из соотношения неопределенностей координата–импульс

$$\Delta x\cdot\Delta p \ge \frac{h}{2\pi} \qquad \text{или} \qquad dx\cdot dp \ge \frac{h}{2\pi}$$

найдем

$$\Delta p = m\Delta\upsilon \ge \frac{h}{2\pi\Delta x}.$$

Кинетическая энергия протона в классическом случае равна $E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$.

Чтобы найти $\Delta\upsilon$, надо найти производную от энергии по скорости:

$$\frac{dE}{d\upsilon} = \frac{d}{dp}\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right) = m\upsilon,$$

отсюда

$$d\upsilon = \frac{dE}{m\upsilon} \qquad \text{или} \qquad \Delta\upsilon = \frac{\Delta E}{m\upsilon}.$$

Значит, $\Delta p = m\Delta\upsilon = \frac{\Delta E}{\upsilon} \ge \frac{h}{2\pi\Delta x}$.

Выразим ΔE:

$$\Delta E \ge \frac{h\upsilon}{2\pi\Delta x}.$$

Возьмем для оценки максимально возможное значение скорости $c = 3\cdot 10^8$ м/с, получим неопределенность в определении энергии частицы:

$$\Delta E \ge \frac{hc}{2\pi\Delta x}.$$

Минимальное значение кинетической энергии не может превышать эту неопределенность, поэтому

$$E_{\min} = \frac{hc}{2\pi\Delta x} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{2\cdot3{,}14\cdot10^{-15}} = 3{,}17\cdot10^{-11}\,(\text{Дж})$$

или

$$\frac{3{,}17\cdot10^{-11}}{1{,}6\cdot10^{-19}} \approx 2\cdot10^{8}(\text{эВ}) \text{ или } 200 \text{ МэВ.}$$

Ответ: минимальная энергия частицы 200 МэВ.

12. ФИЗИКА ЯДРА

Задача 12.1. Вычислить удельную энергию связи ядра изотопа $_4Be^8$.

Решение:

При образовании ядра часть массы частиц, принимающих участие в этом процессе, идёт на создание энергии связи, которая определяется по формуле Эйнштейна

$$E_{св} = c^2\Delta m, \qquad (12.1)$$

где c – скорость света в вакууме, Δm – дефект масс, который находится как разность суммарной массы нуклонов и массы ядра:

$$\Delta m = [Zm_P + (A-Z)m_N] - m_Я. \qquad (12.2)$$

где m_P – масса протона; m_N – масса нейтрона; $m_Я$ – масса ядра, Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева (он равен заряду ядра и, значит, числу протонов нем), A – массовое число (оно определяет количество нуклонов в ядре), соответственно, $(A-Z)$ – число участвующих в образовании ядра нейтронов.

Удельная энергия связи – это энергия связи, приходящаяся на один нуклон, т.е.

$$E_{уд} = \frac{E_{св}}{A} \qquad (12.3)$$

В периодической таблице элементов (и в таблицах масс изотопов) приводятся массы атомов, а не ядер. Поэтому нужно учесть, что масса атома отличается от массы ядра на массу всех электронов, которых в атоме столько же, сколько протонов в ядре (это обеспечивает электрическую нейтральность атома). Поэтому массу ядра можно найти так:

$$m_Я = m_А - Z\,m_e. \qquad (12.4)$$

Подставим (12.4) в формулу для дефекта масс (12.2) и перегруппируем слагаемые:

$$\Delta m = [Zm_P + (A-Z)m_N] - [m_А - Z\,m_e] = Z\,(m_P + +m_e) + (A-Z)m_N - m_А$$

$$\Delta m = Z\,m\,(_1H^1) + (A-Z)m_N - m_А. \qquad (12.5)$$

Здесь мы обозначили m $({}_1H^1) = m_P + m_e$ – масса атома водорода, которую также, как и массу рассматриваемого изотопа, возьмем из таблицы.

Теперь выпишем все необходимые данные из таблиц:

m_P = 1,00728 а.е.м.;

mN = 1,00867 а.е.м.;

m $({}_1H^1)$ = 1,00783 а.е.м.;

mA = m $({}_4Be^8)$ = 8,00531 а.е.м.;

1 а.е.м. = 1,6605655·10-27 кг;

c = $2{,}9979\cdot10^8$ м/с.

Для изотопа бериллия ${}_4Be^8$ определяем, что $Z = 4$, $A = 8$.

Подставляем все эти данные в выражение для дефекта масс (12.5):

$$\Delta m = 4\cdot 1{,}00783 + 4\cdot1{,}00867 - 8{,}00531 = 0{,}06069 \text{ (а.е.м.)}$$

Переведем полученное значение в килограммы:

$$\Delta m = 0{,}06069 \cdot 1{,}6605655\cdot10^{-27} = 0{,}10078\cdot10^{-27} = 1{,}0078\cdot10^{-28} \text{ (кг)}.$$

Теперь вычислим энергию связи по (13.1):

$$E_{св} = (2{,}9979\cdot10^8)^2\cdot 1{,}0078\cdot10^{-28} = 9{,}0575\cdot10^{-12} \text{ (Дж)}$$

Переведем полученное значение в электрон-вольты:

$$1 \text{ эВ} = 1{,}6\cdot10^{-19} \text{ Дж}$$

$$E_{св} = \frac{9{,}0575\cdot10^{-12}}{1{,}6\cdot10^{-19}} = 5{,}66\cdot10^7 \text{ (эВ) или } E_{св} = 56{,}6 \text{ МэВ}.$$

Тогда, согласно (12.3), на один нуклон в ядре приходится энергия

$$E_{уд} = \frac{56{,}6}{8} = 7{,}08 \text{ МэВ}.$$

Ответ: удельная энергия связи ядра изотопа бериллия ${}_4Be^8$ равна 7,08 МэВ.

Задача 12.2. Определить возраст древних деревянных предметов, если известно, что удельная активность изотопа C^{14} у них составляет 3/5 удельной активности этого изотопа в только что срубленных деревьях. Период полураспада ядер C^{14} равен 5570 лет.

Дано:

$a = \frac{3}{5}a_0$

T = 5570 лет

t – ?

Решение:

Известно, что деревья поглощают углекислый газ, преобразуя его в углерод и кислород. В состав углекислого газа (CO_2) помимо углерода C^{12} в небольшом количестве входит изотоп C^{14}. Когда дерево срубают, оно перестает поглощать CO_2, и количество углерода в нем больше не увеличивается. Изотоп углерода C^{14} радиоактивен, и со временем его количество уменьшается в результате распада. По оставшемуся количеству C^{14} в деревянных изделиях определяют их возраст.

Активность изотопа определяет количество распадающихся ядер в единицу времени:

$$A = \frac{dN}{dt} \text{ или } A = \lambda N,$$

где N – количество наличных ядер, $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ – постоянная распад*а*, Т – период полураспада.

Удельная активность – это активность единицы массы изделия, т.е.

$$a = \frac{A}{m} = \frac{\lambda N}{m},$$

а в только что срубленных деревьях

$$a_0 = \frac{\lambda N_0}{m_0}.$$

Запишем закон распада в интегральном виде (предполагая, что возраст деревянных изделий соизмерим с периодом полураспада):

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

или

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t},$$

где N – количество наличных ядер, N_0 – исходное количество ядер.

Левую часть этого равенства, пренебрегая изменением массы деревянного изделия, можно заменить на отношение удельных активностей:

$$\frac{a}{a_0} = e^{-\lambda t}$$

или

$$\frac{3}{5} = e^{-\lambda t}.$$

Потенцируя последнее выражение, находим время t , за которое произошло такое уменьшение активности, – возраст деревянных предметов:

$$\ln\frac{3}{5} = -\lambda t$$

$$t = -\frac{\ln 0{,}6}{\lambda} = -\frac{\ln 0{,}6 \cdot T}{\ln 2}.$$

Вычислим:

$$t = -\frac{\ln 0{,}6 \cdot T}{\ln 2} = \frac{0{,}511 \cdot 5570}{0{,}693} = 4107 \text{ (лет)}.$$

Ответ: деревянным предметам 4107 лет.

Задача 12.3. В урановой руде обнаружен $_{82}Pb^{206}$. Чему равен возраст урановой руды, если она теперь содержит 0,8 г свинца на каждый грамм $_{92}U^{238}$?

Дано:

$m({}_{92}U^{238}) = 1$ г $= 10^{-3}$ кг

$m({}_{82}Pb^{206}) = 0{,}8$ г $= 0{,}8 \cdot 10^{-3}$ кг

t – ?

Решение:

Каждое ядро атома свинца образуется из ядра атома урана в результате нескольких ядерных реакций распада. Уран, содержащийся в руде, распадается все время существования руды, при этом количество урана в руде уменьшается, а количество свинца растет. В некоторый момент времени t на N ядер урана приходится ΔN ядер свинца, т.е. распавшихся ядер урана. Распишем число ядер через массу (считаем, что масса ядра практически равна массе атома):

$$N = \frac{m({}_{92}U^{238})N_A}{\mu({}_{92}U^{238})}, \qquad \Delta N = \frac{m({}_{82}P^{206})N_A}{\mu({}_{82}P^{206})}.$$

Полагая, что возраст урановой руды соизмерим с периодом полураспада урана, запишем закон распада в интегральном виде:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N – количество наличных ядер, N_0 – исходное количество ядер, $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$ – постоянная распада, T – период полураспада урана (из справочной таблицы $T({}_{92}U^{238}) = 4{,}5 \cdot 10^9$ лет).

Исходное количество ядер $N_0 = N + \Delta N$, тогда закон распада примет вид:

$$N = (N + \Delta N)e^{-\lambda t}$$

или

$$\frac{N}{N + \Delta N} = e^{-\lambda t}.$$

Потенцируя последнее выражение, получаем:

$$\ln \frac{N}{N + \Delta N} = -\lambda t$$

или

$$\ln \frac{N + \Delta N}{N} = \ln 2 \frac{t}{T}.$$

Подставим выражения для N и ΔN и выразим время:

$$t = T \ln \frac{\dfrac{m({}_{92}U^{238})}{\mu({}_{92}U^{238})} + \dfrac{m({}_{82}P^{206})}{\mu({}_{82}P^{206})}}{\dfrac{m({}_{92}U^{238})}{\mu({}_{92}U^{238})}} / \ln 2.$$

Молярные массы урана и свинца равны:

$\mu\,({}_{92}U^{238}) = 0{,}238$ кг/моль, $\mu\,({}_{82}Pb^{206}) = 0{,}206$ кг/моль.

Вычисление:

$$t = 4{,}5\cdot 10^9 \ln \frac{\frac{1}{238}+\frac{0{,}8}{206}}{\frac{1}{238}} / \ln 2 = 4{,}25\cdot 10^9 \text{ (лет).}$$

Ответ: возраст урановой руды составляет $4{,}25\cdot 10^9$ лет.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чертов, А.Г. Задачник по физике // А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. – М.: Высшая школа, 1993.

2. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.:Физматгиз, 1996.

3. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики: Учебное пособие для втузов / Е.В. Фирганг. – М.:Высшая школа, 1987.

4. Трофимова, Т.И. Курс физики: Учебное пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 2001.

5. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М.:Наука, 1987. – Т.2.

6. Соколова, Н.М. Физика: Курс лекций. / Н.М. Соколова, В.И. Биглер. – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2001. – Ч. 2.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Фундаментальные физические константы
(с точностью, требуемой для решения задач)

Название	Обозначение	Величина
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}\ \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}$
Скорость света в вакууме	c	$3\cdot10^{8}\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}\ \dfrac{\text{Гн}}{\text{м}}$
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}\ \dfrac{\text{Ф}}{\text{м}}$
Постоянная Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Планка	$\hbar$	$1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж·с
Масса покоя электрона	m_{e}	$9{,}1\cdot10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_{p}	$1{,}6726485\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	m_{n}	$1{,}6749543\cdot10^{-27}$ кг
Отношение массы протона к массе электрона	$\dfrac{m_p}{m_n}$	1836
Элементарный заряд	e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Отношение заряда электрона к его массе	$\dfrac{e}{m_e}$	$1{,}76\cdot10^{11}\ \dfrac{\text{Кл}}{\text{кг}}$
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1{,}6605655\cdot10^{-27}$ кг
Постоянная Авогадро	N_{A}	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	$8{,}31\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}^4}$
Постоянная Ридберга	R	$1{,}097\cdot10^{7}$ м$^{-1}$

Приложение 2

Показатели преломления некоторых веществ

Вещество	Показатель преломления	Вещество	Показатель преломления
Алмаз	2,42	Мыльная плёнка	1,33
Вода	1,33	Скипидар	1,48
Лёд	1,31	Стекло (обычное)	1,5

Приложение 3

Удельные сопротивления проводников

Вещество	Удельное сопротивление (при 0°C), мкОм·м	Вещество	Удельное сопротивление (при 0°C), мкОм·м
Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Ртуть	0,94
Железо	0,087	Свинец	0,22
Медь	0,017	Сталь	0,10

Приложение 4

Работа выхода электронов из металла

Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ
Вольфрам	4,5	Литий	2,4
Платина	5,3	Натрий	2,3
Серебро	4,74	Калий	2,0
Цезий	1,9	Цинк	4,0

Приложение 5

Таблица Менделеева

№	Название	Обозначение	Атомная масса, а.е.м	№	Название	Обозначение	Атомная масса, а.е.м
1	Водород	H	1,0079	53	Йод	I	126,9045
2	Гелий	He	4,0026	54	Ксенон	Xe	131,30
3	Литий	Li	6,941	55	Цезий	Cs	132,9054

4	Бериллий	Be	9,01218	56	Барий	Ba	137,33

Продолжение прил. 5

№	Название	Обозна-чение	Атомная масса, а.е.м	№	Название	Обозна-чение	Атомная масса, а.е.м
5	Бор	B	10,81	57	Лантан	La	138,9055
6	Углерод	C	12,011	58	Церий	Ce	140,12
7	Азот	N	14,0067	59	Празеодим	Pr	140,9077
8	Кислород	O	15,9994	60	Неодим	Nd	144,24
9	Фтор	F	18,998403	61	Прометий	Pm	144,9127
10	Неон	Ne	20,179	62	Самарий	Sm	150,4
11	Натрий	Na	22,98977	63	Европий	Eu	151,96
12	Магний	Mg	24,305	64	Гадолиний	Gd	157,25
13	Алюминий	Al	26,98154	65	Тербий	Tb	158,9254
14	Кремний	Si	28,0855	66	Диспрозий	Dy	162,50
15	Фосфор	P	30,97376	67	Гольмий	Ho	164,9304
16	Сера	S	32,06	68	Эрбий	Er	167,26
17	Хлор	Cl	35,453	69	Тулий	Tm	168,9342
18	Аргон	Ar	39,948	70	Иттербий	Yb	173,04
19	Калий	K	39,0983	71	Лютеций	Lu	174,967
20	Кальций	Ca	40,08	72	Гафний	Hf	178,49
21	Скандий	Sc	44,9559	73	Тантал	Ta	180,947
22	Титан	Ti	47,90	74	Вольфрам	W	183,85
23	Ванадий	V	50,9415	75	Рений	Re	186,207
24	Хром	Cr	51,996	76	Осмий	Os	190,2
25	Марганец	Mn	54,9380	77	Иридий	Ir	192,22
26	Железо	Fe	55,847	78	Платина	Pt	195,09
27	Кобальт	Co	58,9332	79	Золото	Au	196,9665
28	Никель	Ni	58,71	80	Ртуть	Hg	200,59
29	Медь	Cu	63,546	81	Таллий	Tl	204,37
30	Цинк	Zn	65,38	82	Свинец	Pb	207,2
31	Галлий	Ga	69,735	83	Висмут	Bi	208,9804
32	Германий	Ge	72,59	84	Полоний	Po	208,9824
33	Мышьяк	As	74,9216	85	Астат	At	209,9871
34	Селен	Se	78,96	86	Радон	Rn	222,0176
35	Бром	Br	79,904	87	Франций	Fr	223,0197
36	Криптон	Kr	83,80	88	Радий	Ra	220,254

37	Рубидий	Rb	85,467	89	Актиний	Ac	227,0278

Окончание прил. 5

№	Название	Обозна-чение	Атомная масса, а.е.м	№	Название	Обозна-чение	Атомная масса, а.е.м
38	Стронций	Sr	87,62	90	Торий	Th	231,0381
39	Иттрий	Y	88,9059	91	Протакти-ний	Pa	231,0359
40	Цирконий	Zr	91,22	92	Уран	U	238,029
41	Ниобий	Nb	92,9064	93	Нептуний	Np	237,0482
42	Молиб-ден	Mo	95,94	94	Плутоний	Pu	244,0642
43	Технеций	Tc	98,9062	95	Америций	Am	243,0614
44	Рутений	Ru	101,07	96	Кюрий	Cm	247,0703
45	Родий	Rh	102,9055	97	Берклий	Bk	247,0703
46	Палладий	Pd	106,4	98	Калифор-ний	Cf	251,0796
47	Серебро	Ag	107,868	99	Эйнштей-ний	Es	252,083
48	Кадмий	Cd	112,41	100	Фермий	Fm	257,0951
49	Индий	In	114,82	101	Менделе-вий	Md	258,1
50	Олово	Sn	118,69	102	Нобелий	No	259,1009
51	Сурьма	Sb	121,75	103	Лоуренсий	Lr	262,11
52	Теллур	Te	127,60	104	Резерфор-дий	Rf	261,11

Приложение 6

Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

Элемент	Период полураспада	Элемент	Период полураспада
Ca_{20}^{45}	164 сут.	Co_{27}^{60}	71,3 сут.
Sr_{38}^{90}	28 лет	P_{15}^{32}	15 сут.
Po_{84}^{210}	138 сут.	U_{92}^{235}	$7{,}1 \cdot 10^8$ лет
Rn_{86}^{222}	3,82 сут.	U_{92}^{238}	$4{,}5 \cdot 10^9$ лет
Ac_{89}^{225}	10 сут.	Ca_{20}^{60}	5,3 года

C_6^{14}	5570 лет	Cr_{24}^{91}	28 сут.
Na_{11}^{24}	15,4 сут.	I_{53}^{132}	8 сут.

Окончание прил. 6

Элемент	Период полураспада	Элемент	Период полураспада
Co_{27}^{56}	80 сут.	C_6^{11}	20 мин.
Fe_{26}^{59}	45 сут.	Be_4^7	$4{,}67 \cdot 10^6$ с.
P_{15}^{30}	130 с.	U_{92}^{234}	$2{,}5 \cdot 10^5$ лет

Приложение 7

Массы некоторых изотопов

Изотоп	Масса, а.е.м.	Изотоп	Масса, а.е.м.	Изотоп	Масса, а.е.м.
H_1^1	1,00783	Be_4^9	9,01218	Al_{13}^{27}	26,98154
H_1^2	2,0141	F_9^{19}	18,998403	Si_{14}^{30}	29,97377
H_1^3	3,01605	B_5^{10}	10,01294	Ca_{20}^{40}	39,96257
He_2^3	3,01603	C_6^{12}	12,00000	Co_{27}^{56}	55,93984
H_2^4	4,00260	N_7^{13}	13,00574	Cu_{29}^{63}	62,92960
Li_3^6	6,01512	N_7^{14}	14,00307	Cd_{48}^{112}	111,90276
Li_3^7	7,01600	O_8^{17}	16,99913	Hg_{80}^{200}	199,96832
Be_4^7	7,01693	Mg_{12}^{23}	22,99413	U_{92}^{235}	235,04393
Be_4^8	8,00531	Mg_{12}^{24}	23,98504	U_{92}^{238}	238,05353

ОГЛАВЛЕНИЕ